HABLEMOS DE

LOGICA...

Para aprender
a pensar y a razonar

Ing. Plasencia

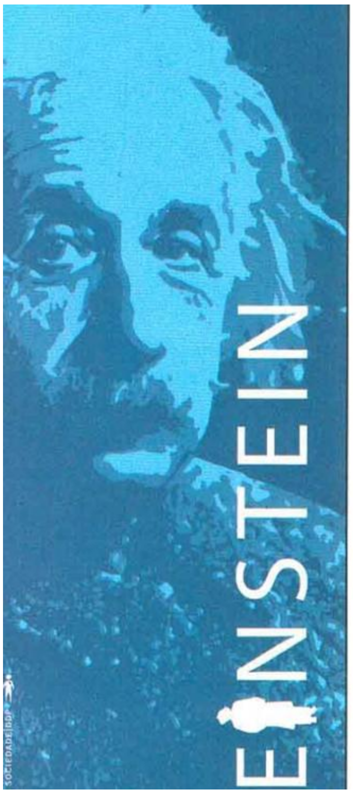
2012

Material para pensar

Debemos hablar de lógica en el secundario porque es necesario un cambio didáctico, porque tenemos una escuela de los años 30 para personas del siglo XXI, porque necesitamos despertar el interés por las actividades intelectuales, tanto científicas como tecnológica y porque buscamos en nuestros alumnos que adquieran destrezas, valores y conocimientos para actuar en un ambiente que exige profesionales creativos, innovadores y emprendedores…

"No quisiera con mi escrito ahorrarles a otros el pensar, sino, si fuera posible, estimular a alguien a tener pensamientos propios".

Introducción a "Investigaciones Filosóficas", Ludwig Wittgenstein (1889-1951)



Se admite que el razonamiento nos suministra todos los días el conocimiento de verdades nuevas.

"La mayoría de las ideas fundamentales de la ciencia son esencialmente sencillas y, por regla general pueden ser expresadas en un lenguaje comprensible para todos"

Albert Einstein.

A mis hijas e hijo…

A quienes eduqué para ser libres

Para que piensen con lógica sin olvidar la magia de la vida.

Ing. Alberto Onildo Plasencia

FUNDAMENTACION

Este proyecto está dirigido a personas que quieran transformar en oportunidades los desafíos que las nuevas tecnologías generan desde la perspectiva de la creación de nuevos empleos, apuntando a los futuros directores, gerentes y ejecutivos que nuestra sociedad reclama.

El sentido del trabajo propuesto es tomar conciencia de la necesidad de desarrollar la capacidad creativa y emprendedora en los jóvenes, y hacerles ver que éstas están vinculadas a nuestra capacidad de tomar en serio el aspecto lúdico de toda actividad y a una apertura mental a nuevas ideas… al ejercicio de la toma de decisiones y al fortalecimiento de la voluntad.
En la actualidad se trata de una actividad extracurricular, en la que se busca perfeccionar, preparar y estimular al joven en el importante arte de pensar de forma lógica, principalmente para estructurarlo en la resolución de problemas en el mundo de los negocios, la industria o cualquier otra área. Los concursos públicos, tests de empleo, pruebas, trabajos, exigen, en algunas circunstancias, el uso del pensamiento lógico, por lo tanto “hacer esta gimnasia” de pensar, aumenta sobremanera el grado de empleabilidad del mismo.

La introducción de la Lógica en la currícula secundaria pretendería motivar a los estudiantes para que con ayuda del “razonamiento”, fueran capaces de encontrar relaciones entre los diferentes esquemas de aprendizaje. El objetivo general sería introducir de manera intuitiva los conceptos fundamentales de la lógica, y muy particularmente el concepto de inferencia, ya que la lógica puede ser definida como el estudio de la inferencia; o de los razonamientos (argumentos) válidos o correctos. Si el alumno sabe lógica matemática podrá relacionar estos conocimientos, con los de otras áreas para de esta manera crear conocimiento.

La lógica posee un carácter propedéutico, además del formativo propio. Se trata de conocimientos particularmente adecuados para favorecer el desarrollo de las capacidades necesarias para la prosecución de estudios universitarios, particularmente en el campo de la investigación y el desarrollo. Por su generalidad y sus múltiples posibilidades de aplicación, estos contenidos poseen una flexibilidad y una capacidad formativa especialmente adecuada para una época en que el avance científico torna caducos los conocimientos de un modo cada vez más vertiginoso.
La lógica es muy importante en todas las áreas del conocimiento, ya que permite resolver problemas a los que nunca se ha enfrentado el ser humano utilizando solamente su inteligencia. Apoyándose de algunos conocimientos acumulados, se pueden obtener nuevos inventos, innovaciones a los ya existentes o simplemente utilización de los mismos.
Por otra parte, en cada una de las áreas de la ciencia, buscamos despertar el interés por las actividades intelectuales, tanto científicas como tecnológicas. En muchas situaciones de la vida, para tomar decisiones correctas, es necesario abarcar, sistemáticamente todas las posibilidades; dicho en otras palabras, primero hay que precisar correctamente una alternativa, para después considerar todas las posibilidades mediante una diferenciación completa de casos, esto no es solo parte del pensamiento matemático, sino de todo el pensamiento correcto.
Es indispensable la creatividad del profesor para proponer actividades que los enfrenten a dificultades inherentes al nuevo concepto o plantear problemas y conducir adecuadamente al alumno dándole las herramientas necesarias (sugerencias generales) sin caer en la tentación de resolverles el problema o dejarlos solos, ya que estas actitudes no promueven el desarrollo del pensamiento lógico-matemático.
Es importante que los alumnos tengan la disposición de aprender. La labor del profesor no es demostrar lo que sabe, es transmitirlo. EL PROTAGONISTA ES EL ALUMNO… EL PROFESOR ES UN FACILITADOR…
Pretendemos con este trabajo fortalecer la idea de que JUGAR es experimentar, transformar, disfrutar con el descubrimiento de nuevas posibilidades, buscar alternativas, intercambiar experiencias y motivaciones, involucrarse a plenitud, sin convencionalismos ni limitaciones de cualquier índole… y disfrutar del desarrollo de una actividad sin esperar nada material a cambio por sus resultados.

JUGAR ES PENSAR Y RAZONAR, tanto a nivel de niño como a nivel profesional.

Lograr una motivación adecuada es fundamental en todo proceso didáctico. Se puede lograr más fácilmente que el lector/a se sienta motivado:

- ✓ Si se atribuye sentido a lo que se le pide que haga.
- ✓ Si hay una distancia óptima entre lo que sabe y lo que se propone como nuevo.
- ✓ Si tiene la cantidad y calidad de ayuda pedagógica necesaria y suficiente.
- ✓ Si el error se utiliza como fuente de aprendizaje y no tanto como algo negativo que es necesario eliminar, sin más.

Es ésta una experiencia para desarrollar en la Escuela Secundaria y en el ingreso a la Universidad, después de varios años de estar trabajando con alumnos de una escuela secundaria del Chaco intento organizar los materiales trabajados durante estos años.

Ing. Alberto Onildo Plasencia

El presente curso de razonamiento lógico, dedicado especialmente para los estudiantes del primer ciclo de todas las ramas de la ingeniería e incluso para los últimos cursos de la escuela secundaria, está dirigido a revisar algunos conocimientos, que ya tiene el estudiante por sus estudios secundarios y orientada hacia la adquisición de competencias, mediante otros conocimientos nuevos, que más adelante le servirán para resolver problemas, en sus actividades profesionales futuras.

No quiero dejar de valorar la intuición, la cual aunque no puede aceptar como demostración, influye en gran medida en la orientación del pensamiento hacia nuevos conocimientos, y en algunos casos da la pista de vías de demostración. Como escuché decir a Eduardo Punset: “La intuición es una fuente del conocimiento tan válida como la razón.”

COMPETENCIAS:

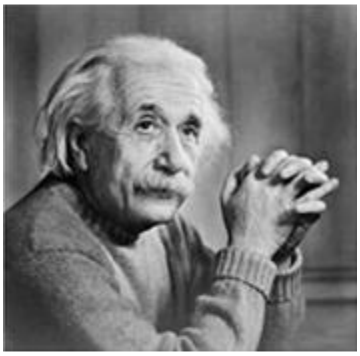
- ✓ Aplica las propiedades y leyes de la lógica de las proposiciones y de la teoría de conjuntos para resolver situaciones concretas, llegando a resultados positivos con habilidad y destreza.
- ✓ Descubre de manera reflexiva, la forma adecuada de aplicar los contenidos de la lógica proposicional y la teoría de conjuntos, organizando su pensamiento para aplicarlo en el quehacer cotidiano de su desarrollo profesional.
- ✓ Procesa de manera óptima los diferentes procedimientos, para resolver problemas que se presentan en la lógica de las proposiciones, aplicando las leyes que para tal efecto se estudian en la teoría.
- ✓ Propicia con destreza la solución de problemas utilizando la teoría de conjuntos, demostrando sus capacidades en la obtención de los resultados.
- ✓ Elabora las estrategias para resolver problemas, en la que se tienen que utilizar el análisis combinatorio y probabilidades condicionales.

Ingeniero Alberto Onildo Plasencia

Profesor Electrónica Industrial **-** UTN – FRR
Profesor Electronica I **-** UNNE

LA CRISIS SEGÚN ALBERT EINSTEIN

Un ejemplo a seguir…



"No pretendamos que las cosas cambien, si siempre hacemos lo mismo. La crisis es la mejor bendición que puede sucederle a personas y países, porque la crisis trae progresos.
***La creatividad nace de la angustia**, como el día nace de la noche oscura. Es en la crisis que nace la inventiva, los descubrimientos y las grandes estrategias. Quien supera la crisis, se supera a si mismo sin quedar ´superado´*
Quien atribuye a la crisis sus fracasos y penurias, violenta su propio talento y respeta más a los problemas que a las soluciones. La verdadera crisis, es la crisis de la incompetencia. El inconveniente de las personas y los países es la pereza para encontrar las salidas y soluciones.
***Sin crisis no hay desafíos**, sin desafíos la vida es una rutina, una lenta agonía. Sin crisis no hay méritos. Es en la crisis donde aflora lo mejor de cada uno, porque sin crisis todo viento es caricia. Hablar de crisis es promoverla, y callar en la crisis es exaltar el conformismo. En vez de eso, trabajemos duro. Acabemos de una vez con la única crisis amenazadora, que es la tragedia de no querer luchar por superarla."*

Hacer realidad los sueños…

Cuatro principios fundamentales son necesarios para hacer realidad un sueño:

- tener un sueño,
- tener confianza en uno mismo,
- ponerse en acción, y
- perseverar

Se realista… planifica un milagro.

Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Resistencia

HABLEMOS DE LOGICA…

para razonar y pensar

Ing. Alberto Onildo Plasencia

A MODO DE INTRODUCCION

Tal vez lo más difícil sea decir: Comenzamos...

Una vez que damos el primer paso, los otros resultan ya fáciles de dar. No conozco las expectativas de cada uno de Uds., de modo que el primer paso será a ciegas... y espero no darlo en el vacío. Solo quiero comenzar con unas palabras que encontré en el libro del Dr. Adrián Paenza, “Matemáticas, estas ahí?”. Tal vez algunos de Uds. ya lo leyeron. Para quienes no tuvieron la oportunidad, les cuento la frase de inicio

Los grandes hombres hablan sobre ideas,
los hombres promedio hablan sobre cosas,
y los hombres pequeños hablan sobre… otros hombres.

Nosotros hablaremos sobre ideas... dejemos el resto para los demás. Y hoy quiero comenzar con una idea... La de imaginarme que RAZONAR es fácil... y que causa placer.

Hablaremos un poco de matemática... también lo haremos de algo que a veces llamamos "sentido común" y que no es tan común... al menos, si no lo cultivamos. Y mucha gente no lo puede cultivar porque ni siquiera plantó la semilla para que ésta crezca.

Trataré de acercarlos al camino del emprendedor… Alguien dijo que

"…el emprendedor será lo que sea capaz de soñar
y lo lejos que pueda llegar depende del alcance de sus deseos.”

Lo que sea capaz de conseguir obedece a sus expectativas. Su futuro está escrito y lo escribió él mismo con sus sueños y confianza en lo que pueda hacer…

Con estas pautas, hablaremos de lógica... Trataremos de no perdernos en esos intrincados desarrollos que encontramos en los libros que hablan de una lógica que forma parte de la filosofía... Bajaremos un poco más al ruedo. Veremos la lógica como una técnica que podremos desarrollar en nosotros mismos. Hablaremos de proposiciones, de contingencias, de falacias, de tautologías, de contradicciones, y también hablaremos de aplicaciones en el campo de la ciencia y de la tecnología, pero sin olvidarnos del aspecto lúdico del aprendizaje.

Según la psicología, la Inteligencia lógica-matemática está relacionada con el razonamiento científico y las habilidades para pensar, que están dominadas por las técnicas del razonamiento inductivo como son encontrar patrones, identificar conceptos abstractos, buscar relaciones y conexiones, clasificar, categorizar, secuenciar y planificar. El alumno con inteligencia lógico-matemática generalmente resuelve problemas con lógica, calcula problemas matemáticos rápidamente y prefiere ver las cosas categorizadas con un sentido de orden lógico. A esto apuntaremos en este libro.

Comencemos…

Empiezo tomando del mismo libro de Paenza, su historia introductoria que me parece adecuada para esta ocasión:

Aquí va. El título es: "*La mano de la princesa*".

"Una conocida serie checa de dibujos animados cuenta, en sucesivos capítulos, la historia de una princesa cuya mano es disputada por un gran número de pretendientes. Éstos deben convencerla: distintos episodios muestran los intentos de seducción que despliega cada uno de ellos, de los más variados e imaginativos. Así, empleando diferentes recursos, algunos más sencillos y otros verdaderamente magníficos, uno tras otro pasan los pretendientes pero nadie logra conmover, siquiera un poco, a la princesa. Recuerdo por ejemplo a uno de ellos mostrando una lluvia de luces y estrellas; a otro, efectuando un majestuoso vuelo y llenando el espacio con sus movimientos. Nada. Al fin de cada capítulo aparece el rostro de la princesa, el cual nunca deja ver gesto alguno."

"El episodio que cierra la serie nos proporciona el impensado final: en contraste con las maravillas ofrecidas por sus antecesores, el último de los pretendientes extrae con humildad de su capa un par de anteojos, que da a probar a la princesa: ésta se los pone, sonríe y le brinda su mano."

"La historia, más allá de las posibles interpretaciones, es muy atractiva, y cada episodio por separado resulta de una gran belleza. Sin embargo, sólo la resolución final nos da la sensación de que todo cierra adecuadamente. En efecto: hay un interesante manejo de la tensión, que nos hace pensar, en cierto punto, que nada conformará a la princesa. Con el paso de los episodios y por consiguiente, el agotamiento cada vez mayor de los artilugios de seducción, nos enojamos con esta princesa insaciable. ¿Qué cosa tan extraordinaria es la que está esperando? Hasta que, de pronto, aparece el dato que desconocíamos: la princesa no se emocionaba ante las maravillas ofrecidas, pues no podía verlas."

"Así que ése era el problema. Claro. Si el cuento mencionara este hecho un poco antes, el final no nos sorprendería. Podríamos admirar igualmente la belleza de las imágenes, pero encontraríamos algo tontos a estos galanes y sus múltiples intentos de seducción, ya que nosotros sabríamos que la princesa es miope. No lo sabemos: nuestra idea es que la falla está en los pretendientes, que ofrecen, al parecer, demasiado poco."

"Lo que hace el último, ya enterado del fracaso de los otros, es cambiar el enfoque del asunto. Mirar al problema de otra manera."

Dice un anónimo: **Pensar es fácil, razonar es difícil.**

El lenguaje nos proporciona las herramientas mentales, la habilidad para dar razones de lo que sabemos. En la experiencia diaria, esperamos que las personas tengan razones para lo que dicen o hacen; es decir buscamos un principio de racionalidad, una lógica. Lo que parece una buena razón, puede variar de acuerdo con las circunstancias y costumbres.
La lógica en cambio, busca tipos particulares de demostraciones racionales que fundamenten las conclusiones y respalden nuestra ciencia y conocimiento en general

La Inteligencia lógica-matemática está relacionada con el razonamiento científico y las habilidades para pensar que están dominadas por las técnicas del razonamiento inductivo como son ***encontrar patrones, identificar conceptos abstractos, buscar relaciones y conexiones, clasificar, categorizar, secuenciar y planificar***.
Para ello, la primera competencia que debemos adquirir es la de la ***formalización***, o la traducción de oraciones del lenguaje natural al lenguaje de la matemática –mezcla de fórmulas y palabras– en términos de un lenguaje simplificado y de sintaxis exacta.
La simplificación es guiada por la voluntad de restringirse a las expresiones de tipo matemático o lógico. No se considerarán en este curso, las frases con indicadores de tiempo y lugar (tiempos de los verbos, adverbios de tiempo, lugar y curso). Tampoco se considerarán las expresiones de mando o pregunta, sino sólo las frases declarativas, de las que tenga sentido decir si es verdad o no.
No se está reduciendo, ya que en un primer nivel de simplificación, se trata de frases que expresan hechos básicos, y sus combinaciones lógicas elementales.

Y QUE ES LA LOGICA?

Estudia el PENSAMIENTO, con el fin de investigar las LEYES DEL FUNCIONAMIENTO CORRECTO Y EFICIENTE de la RAZON, para asegurar que ALCANCEMOS LA VERDAD y PODAMOS DEMOSTRARLA con ORDEN, FACILIDAD y CERTEZA

Entre muchas definiciones , Deaño dice:

La lógica es la ciencia de los principios de validez formal de la inferencia.

Como vemos, la Lógica pretende ser **el instrumento** con el cual discernir cuándo una argumentación es válida.

UNAS PALABRAS SOBRE LOGICA...

"La lógica es el estudio de los métodos y principios usados para distinguir el buen (correcto) razonamiento del malo (incorrecto)".

Mas sencillo, podríamos decir que la Lógica es la ciencia del pensamiento que tiene por objeto estudiar la relación del pensamiento con la verdad. Esto es clave, si partimos de aquí nos entenderemos. No se trata de considerar a la lógica una disciplina omnicomprensiva que incluya todo el pensamiento. No se trata de una "ciencia de las leyes del pensamiento", ya que siempre estamos pensando (incluso cuando dormimos) y razonamos poco, incluso cuando estudiamos.

Según Aristóteles: el pensamiento es el producto de la actividad intelectual de los hombres. Podemos decir que el pensamiento es el resultado de la inteligencia. Tradicionalmente se podría decir que las leyes del pensamiento son estudiados por la psicología; y es cierto. Aunque también podría, actualmente, agregarse que la 'inteligencia artificial' bien podría ser otra disciplina que se suma a la tarea.

Pensar, lo que se dice pensar, incluye toda la actividad mental y puede entrar en este conjunto actividades tan variadas como "vagar", fantasear, imaginar o ver con los ojos cerrados. En cualquier caso todas estas interesantísimas actividades no son estudiadas por la lógica. Resumiendo: para la lógica no existen. No se debe confundir la **lógica** con el **razonar** ya que en un amplio sentido seguiría siendo una actividad mental incluida en el listado de productos de la mente.

Lo que sí es propio de la lógica es distinguir entre un razonamiento correcto y otro que no lo es. Es en este sentido que el lógico "se interesa por todos los razonamientos, sin tomar en cuenta su contenido, pero solamente desde este especial punto de vista".

¿Qué punto de vista? Pues, reconocer el razonamiento correcto del incorrecto. Y reconocerlo en una forma clara y precisa, sin ambigüedades ni medias tintas. Esto es lo que plantea la 'Lógica' y podemos observar como muchas cosas que vulgarmente parecen entrar en la lógica de hecho no están allí, aunque tengan conexiones a veces poco visibles.

Si la gente dice que 'no le parece lógica tal medida del gobierno', no está utilizando el término en su sentido técnico. Probablemente quiera significar que el gobierno está haciendo cosas que no son útiles, o que incluso son injustas; ni la 'utilidad' ni la 'justicia' son temas propios de la lógica (aunque sí de la 'filosofía'), por lo tanto, a pesar de su profundo interés humano, no las estudiaremos aquí.

Sólo nos interesará discernir cuando un pensamiento es correcto y cuando no lo es.

Pensar es fácil (tan fácil como mirar, oír o comer),
pero razonar correctamente no lo es.

Cuando se realiza una tarea compleja (como la de un mecánico de coches, por ejemplo) no sólo se manipula maquinaria sino que se razona. Y se debe hacer con tanta lógica implícita como lo haría un abogado al pensar en los problemas de su cliente.

Por otra parte hay que alertar que: "No debe interpretarse esta definición en el sentido de que sólo el estudioso de la lógica puede razonar bien o correctamente. Sostener esto sería tan erróneo como pretender que sólo es posible correr bien si se ha estudiado la física y la fisiología necesarias para la descripción de esta actividad. Algunos excelentes atletas ignoran completamente los complejos procesos que se operan dentro de ellos mismos cuando ejecutan sus actividades.

Y es necesario decir que los profesores de edad algo madura, que más saben acerca de tales cosas, se desempeñarían muy pobremente, si arriesgaran su dignidad en el campo atlético. Aun con el mismo aparato nervioso y muscular básico, *la persona que sabe no puede superar al "atleta natural"*.

Se puede perfectamente razonar y ser un excelente profesional sin haber estudiado nunca lógica específicamente. Sin embargo, a la hora de tomar decisiones en una empresa o un negocio, es muy conveniente estar capacitado para que las razones que expongamos para justificar las mismas sean “lógicamente” correctas. Por eso este curso... para entrenarnos para la toma de decisiones rápidas y certeras.

Parafraseando a Paenza:

La idea es poder pensar libremente, imaginar con osadía y parar cuando uno llega a algo que lo entusiasma. Pero buscar esos puntos. No sólo esperar que lleguen.

De la lógica podría decirse lo mismo que de otras cosas***:*** *no soluciona nada... pero ayuda*.

Estas líneas tienen por propósito entusiasmarlos, conmoverlos, enamorarlos, sea con la lógica, con la matemática o con la profesión que hayan elegido.

Espero lograrlo.

Ing. Plasencia 

Jugando a hacer Lógica: Cuál elegirías?.
Jugando al Detective.
Otros juegos de deducción: La batalla naval, el faraón, criptofrase, crucex numérico.
Problemas para pensar.

JUGUEMOS A HACER LOGICA…

Normalmente inicio mis clases con unos cuantos juegos antes de entrar específicamente en tema. Y aquí, mantendré la misma línea.

Es muy importante JUGAR con las cosas SERIAS…

Jugar es experimentar, transformar, disfrutar con el descubrimiento de nuevas posibilidades. Es buscar alternativas, intercambiar experiencias y motivaciones. Es involucrarse a plenitud, sin convencionalismos ni limitaciones de cualquier índole. Es disfrutar del desarrollo de la actividad sin esperar nada material a cambio por sus resultados.

Veamos un primer desafío:

Si te dijeran…
Te doy 100.000 dólares cada día durante un mes…
De modo, que a fin de mes, habrías cobrado 3 millones de dólares.

O, te hacen esta otra propuesta: Te doy…

1 dólar el primer día…
2 dólares el segundo…
4 dólares el tercero…
8 dólares el cuarto…

Y así siguiendo, hasta completar el mes…

¿Cuál elegirías?

Es una lástima que no podamos ver aquí el video que presenté durante la Jornada de Capacitación, pero lo voy a resumir en un pequeño cálculo comparativo.

Uno se encuentra tentado a decidirse rápidamente por la primera alternativa, pues aparece muy tentadora:

100.000 dólares por día durante 30 días significa nada menos que **3 millones de dólares a fin de mes…** Nada despreciable!...

La segunda alternativa, no parece tan tentadora… Pero veamos:

El primer día, 1 dólar… el segundo, el doble del día anterior, es decir 2 dólares. El tercero, el doble del anterior, o sea, 4 dólares:

Podríamos presentarlo así:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \ldots \text{ y así hasta } 2^{29}$$

La suma esta da: $\mathbf{2^{30} - 1}$

Pero el resultado de multiplicar el 2, treinta veces por sí mismo, da la bonita cifra de un poco más de **1.000.000.000** de dólares. ***¿Cuál elegirías?***

HACIA UN DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO…

Aplicar algoritmos para solucionar problemas potenciando la capacidad de razonamiento (experimentos divertidos, juegos de estrategia y habilidad, etc.)

Recordemos que una verdad matemática tan simple como “1 + 1 = 2” puede ser mal aplicada si se hace sin pensar.

Si añadimos una taza de pororós a una taza de agua, el resultado no es dos tazas de pororós remojados.

Tanto en los casos triviales, como en los más difíciles, la aplicación de las matemáticas puede ser un asunto delicado, que precisa de tanto entusiasmo y matizaciones como cualquier otra empresa. ***Hasta en sus dominios más puros y fríos, la actividad matemática es a menudo muy apasionada.***

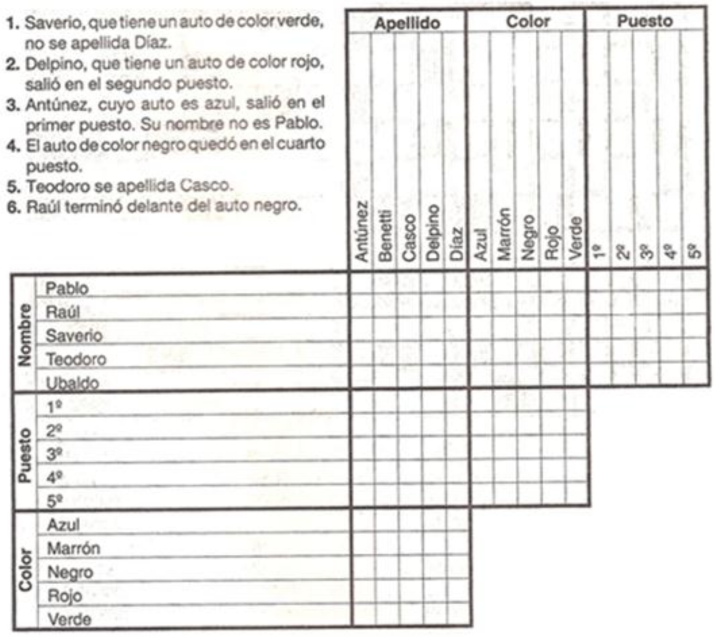
Comencemos por este juego de deducción:

JUGANDO AL DETECTIVE

Este tipo de juegos se puede resolver por pura deducción. Se hace uso de un diagrama de múltiples entradas. A través de un ejemplo sencillo se dan las pautas para resolverlo.
Marcamos con una (x) las relaciones que no valen y que quedan eliminadas, y con un punto (*) las relaciones correctas. Importante: No hay dos variables con una misma cualidad.
En este juego, tenemos 6 tablas de doble entrada… Comienza el juego.

DESPISTADOS EN CARRERA:

En esta carrera automovilística se han producido algunos accidentes organizativos y en consecuencia nadie sabe qué puesto ocupó cada uno de los corredores. Siga las pistas y trate de ayudarlos.

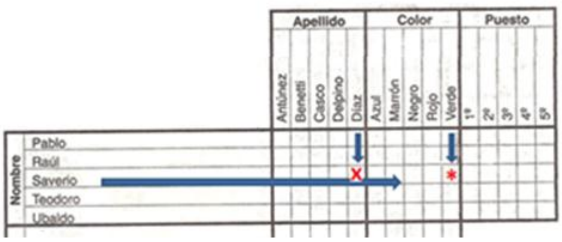


Leemos la primera proposición (aseveración), y deducimos:

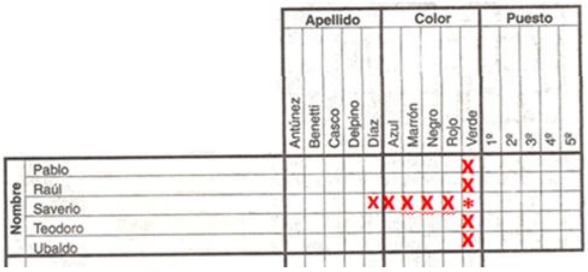
a) *Que Saverio tiene un auto de color verde*
Entramos a la fila Nombres, buscamos Saverio y marcamos con un punto en la columna Color Verde.

b) *Que Saverio NO se apellida Díaz.*
Entramos a la fila Nombres (Saverio) y buscamos donde se cruza con la columna Apellido (Díaz), y marcamos con una cruz.

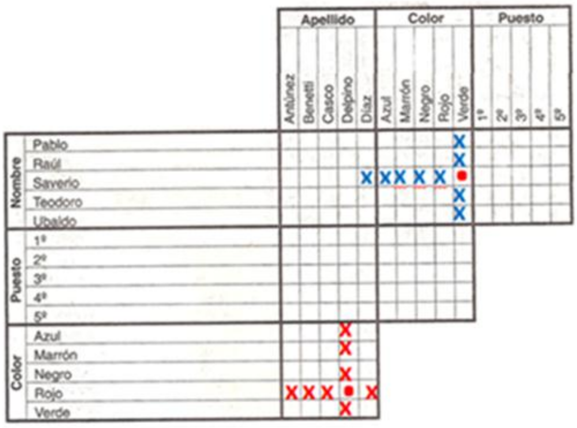
c) *Al colocar un punto en una casilla, automáticamente se colocan cruces en las 4 casillas horizontales de esa tabla, pues Saverio no puede tener otro apellido que el dado en la proposición 1, es decir Díaz. Hacemos lo mismo con las columnas de la misma tabla, pues Díaz no puede tener otro nombre que el de Saverio.*



En una primera etapa, hacemos una lectura rápida de las proposiciones, y colocamos los puntos y cruces que fácilmente deduzcamos…



De la lectura de la segunda proposición, leemos que Delpino tiene un auto color rojo.
Por tanto, colocamos un punto en el cruce de la columna Apellido (Delpino) con la fila Color (rojo) y colocamos cruces tanto vertical como horizontalmente, pues el auto de Delpino no puede tener otro color más que el rojo y los demás, no pueden tener auto rojo.

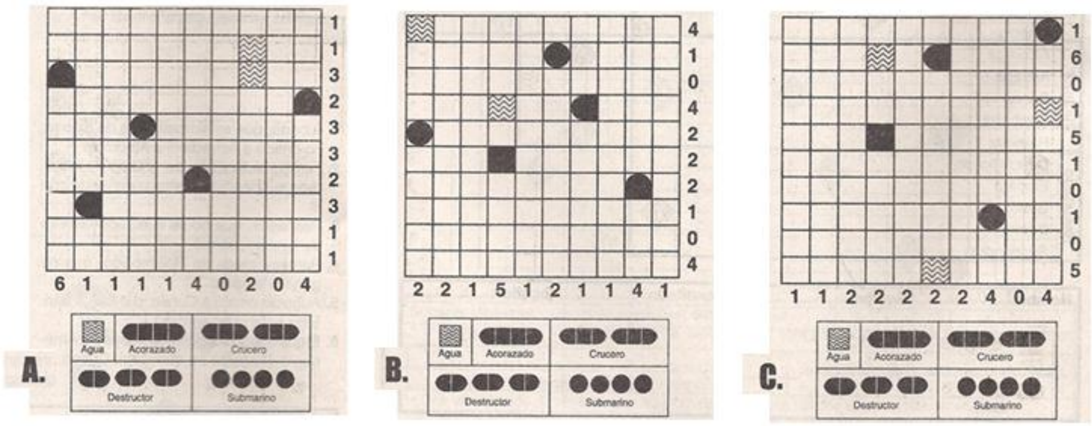


Seguimos leyendo… y en la tercera proposición vemos que Antúnez tiene un auto azul.
Por tanto, colocamos un punto en el cruce de la columna Apellido (Antúnez) con la fila Color (azul) y colocamos cruces tanto vertical como horizontalmente.
Además, de la misma proposición colocamos una cruz en el cruce con la fila Nombre (Pablo).
Por otra parte, colocamos un punto en el cruce Antúnez con Puesto (1°), y rellenamos con cruces horizontal y verticalmente dicha tabla.

De la lectura de las proposiciones cuarta a la sexta, y sin hacer ninguna deducción colocamos los respectivos puntos y cruces. Y también rellenamos con lo que ya sabemos la tabla de abajo.
De la 6ta. Proposición "deducimos" que Raúl no tiene un auto negro, y también que el auto negro no puede haber terminado 1°, pues Raúl terminó delante de él.
Además, Raúl no pudo terminar último, Y NO TIENE UN AUTO NEGRO
A partir de ahora, comienza un trabajo de deducción… en función de lo marcado y releyendo las proposiciones.
De esta manera, podemos completar el resto de las cruces y puntos y encontrar el resultado.

OTROS JUEGOS DE DEDUCCION…

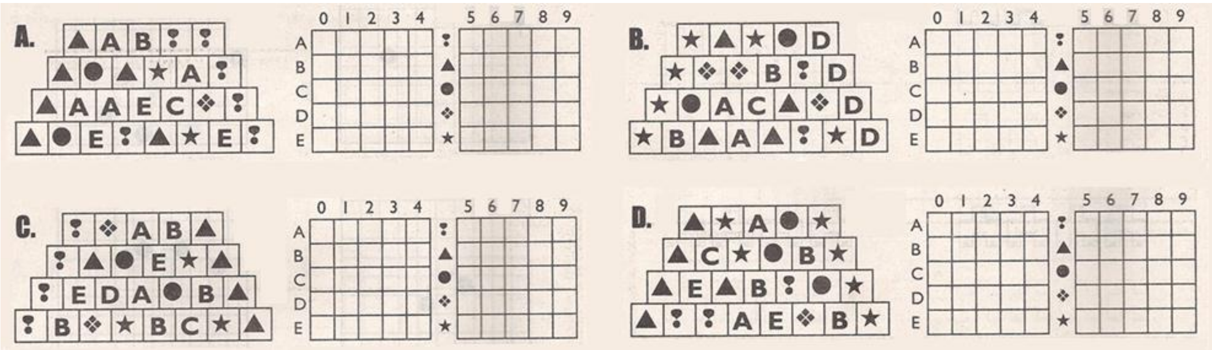
Podemos continuar nuestro trabajo con el conocido juego de la BATALLA NAVAL.
En cada tablero hay escondida una flota completa, igual a las que se muestra. Sólo se conocen algunos de los cuadros ocupados por la flota, y algunos de los que están invadidos por agua. Las formas le indican si se trata de una punta de barco, de un submarino completo, etc.
Al pie de cada columna y al costado de cada fila, se indica con números cuántos cuadros ocupa la flota en esa columna o fila.
Deduzca, para cada tablero, la situación de la flota, sabiendo que no hay barcos ocupando casillas vecinas, ni siquiera en diagonal.



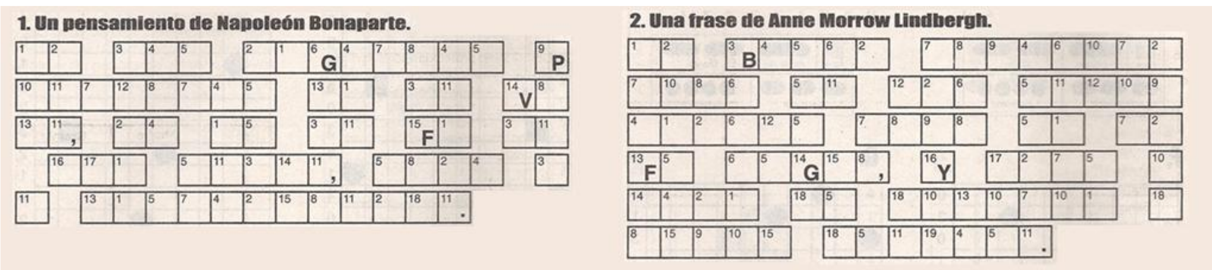
Continuemos con algunos juegos de encriptación:

EL FARAÓN: Descubra a qué número corresponde cada letra y cada figura teneindo en cuenta que cada juego tiene su propia clave.
En cada uno de los juegos, las letras A,B,C,D y E tienen valores de 0 a 4 y las figuras de 5 a 9.

En cada diagrama, el número que va en cada casilla es igual a la suma de los de las dos casillas que están sobre ella.
Las decenas han sido ignoradas de modo que, por ejemplo, 6 + 7 = 13 aparecerá como 3.
Es por eso que ninguno de los resultados es mayor que 9.
Para anotar lo que vaya descubriendo, utilice el cuadro de equivalencias de cada juego.

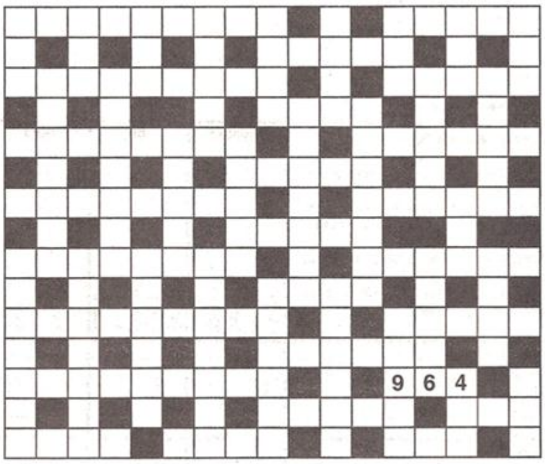


CRIPTOFRASE: Cada uno de los siguientes esquemas esconde una frase. Complételos sabiendo que casillas de igual número llevan la misma letra. Cada frase tiene una clave diferente…



Y si estos resultan un poco complicados… mientras lo piensan, podemos resolver algunos crucigramas que nos van a ayudar a razonar:

CRUCEX NUMERICO: Ubique los números dentro del esquema de manera que se crucen correctamente. Dejamos uno ya colocado para ayudarlo a comenzar…



3 cifras
235
339
342
424
540
567
775
798
819
874
952
~~964~~

4 cifras
2077
3704
3765
4529
5636
6187
6249

5 cifras
23894
46841
52510
52988
53268
60998
64381
65509
66757
70837
72365
74275
86062
88486

6 cifras
132254
138008
241108
352267
408760
611653
814520

7 cifras
1764552
2208190
2332632
2786347
4589254
8183730
9118545

8 cifras
17363582
40121025
88636587

9 cifras
255555172
289208263
383751535
866921075

SUDOKU

Es muy divertido jugarlo, pero puede resultar confuso y engañoso al principio. El objetivo es poner los números del 1 al 9 en cada línea, columna y bloque de 3x3

Pasos para realizarlo:

- ✓ No puedes tener el mismo número en cada línea, columna o bloque de 9 casillas; puedes usar eso para ayudarte a obtener un número. La dificultad depende de la ubicación de los números que se han dado.
- ✓ Al resolver un Sudoku fácil, lo primero que debes hacer es buscar definidos. Los definidos son números que definitivamente van a estar allí. Comenzando en 1, dibuja líneas imaginarias a través de las casillas en las líneas.
- ✓ Sigue trabajando con los números hasta el 9. Como ya has llenado algunos números, deberías ayudar a conseguir otros números que antes presentaban más de una posibilidad
- ✓ Si te quedas trabado, vuelve a asegurarte de que has visto todo. Está casi garantizado que te has olvidado de algo. Eso es usualmente lo único que necesitas para continuar. Si aún no puedes encontrar nada, comienza a etiquetar cada casilla con todo lo que podría ir allí. Por ejemplo, en la imagen 1, todas las casillas vacías tienen números que podrían ir allí. Llénalos. Si hay un 1 en la fila o columna de esa casilla, sabes que el 1 no es una posibilidad.

JUGANDO AL SUDOKU

7					2			
		9	1	6				
	5	6			4		7	
1	6	5						
	9	8	2		6	7	3	
						5	6	8
	4		3			9	2	
				4	1	8		
			9					7

DESAFIOS PARA PENSAR…

Me gustaría dejarles unos pequeños desafíos para pensar, antes de entrar en tema…
He usado la palabra "desafíos" en vez de "problemas", con la idea de que el resolver los mismos no es una "molestia" sino un "probarme que soy capaz de resolverlos y obtener la satisfacción de lograrlo".

- ✓ ***Encuentra el interruptor***
  Existe una casa de dos pisos. En el piso de abajo hay tres interruptores y en el piso de arriba hay una única bombilla. Debemos descubrir cuál de los tres interruptores es el que enciende esa bombilla teniendo en cuenta que sólo podemos subir una única vez al piso de arriba a comprobar si la bombilla está encendida.
  Nota: No podemos salir de la casa, no vemos reflejos, etc..., solamente si subimos podemos comprobar si la bombilla está encendida o no.
  (Inténtalo… Te dejo la solución al final del capítulo)

- ✓ ***Tuercas, tornillos y clavos***
  Hay tres cajas, una contiene tornillos, otra contiene tuercas y la otra clavos. El que ha puesto las etiquetas de lo que contenían se ha confundido y no ha acertado con ninguna. Abriendo una sola caja y sacando una sola pieza ¿Cómo se puede conseguir poner a cada caja su etiqueta correcta?
  (Inténtalo… Te dejo la solución al final del capítulo)

- ✓ ***En la feria: ¿Cómo conseguir exactamente cincuenta puntos?***

  Un amigo y yo estábamos dando un paseo por los juegos de la feria. llegamos hasta uno que según nos dijo el hombre, era el juego más honesto del lugar. Había diez muñequitos que uno debía voltear con pelotas de béisbol.

  El hombre dijo: "Tiene usted tantos tiros como quiera, a un centavo cada uno, y puede hacerlos desde tan cerca como lo desee. Sume los números de todos los muñecos que voltee y cuando la cifra llegue exactamente a 50, ni más ni menos, ganará usted un fantástico premio".

  Nos arruinamos antes de que pudiéramos ganar. ¿Puede mostrarnos de qué modo hubiéramos podido hacer exactamente 50 puntos?

(Inténtalo… Te dejo la solución al final del capítulo)

- ✓ ***Enigma en el tren***
  En un tren viajan tres empleados de ferrocarriles de nombres Alberto, Bernardo y Carlos y tres viajeros con los mismos nombres. El viajero Bernardo vive en Madrid. El camarero del tren vive a mitad de camino entre Madrid y Barcelona. El viajero Carlos gana dos millones al año. Uno de los viajeros es vecino del camarero y gana exactamente el triple que él. El empleado de ferrocarriles Alberto, juega a tenis mejor que el revisor del tren. El viajero que se llama igual que el camarero vive en Barcelona.
  Dime..... ¿Cómo se llama el maquinista?

(Inténtalo… Te dejo la solución al final del capítulo)

- ✓ *Este es un problema supuestamente desarrollado por Einstein.*
  Hechos:
  1.- Tenemos cinco casas de 5 diferentes colores
  2.- En cada casa vive una persona de diferentes nacionalidades
  3.- Estos cinco dueños beben bebidas diferentes, fuman marcas diferentes y tienen mascotas diferentes

  Datos:
  1.- El inglés vive en la casa Roja
  2.- La mascota del sueco es un perro
  3.- El danés bebe té
  4.- La casa verde es la inmediata a la izquierda de la casa blanca
  5.- El dueño de la casa verde toma café
  6.- La persona que fuma Pall mall cría pájaros
  7.- El dueño de la casa amarilla fuma Dunhill
  8.- El hombre que vive en la casa del centro toma leche
  9.- El noruego vive en la primera casa
  10.-La persona que fuma Blend vive junto a la que tiene gatos
  11.-El hombre que tiene caballos vive junto al que fuma Dunhill
  12.-La persona que fuma blue Masters bebe cerveza
  13.-El alemán fuma Prince
  14.-El noruego vive junto a la casa azul
  15.-El hombre que fuma Blend tiene un vecino que bebe agua

  ***La pregunta es:** ¿Quién tiene por mascotas PECES?*

  (Inténtalo, y cuando ya no puedas razonar más, te doy la solución al final del capítulo… Pero, primero piénsalo).

ALGUNOS SITIOS WEB *para jugar con lógica:*

- ✓ http://refugioantiaereo.com/2006/09/problemas-de-logica-e-ingenio-para-pensar
- ✓ http://aragom.blogspot.com.ar/
- ✓ http://es.scribd.com/doc/77628568/Problemas-para-pensar

SOLUCIONES

- *Problema del interruptor, consiste en encender el primer interruptor y esperar unos minutos. Apagamos el primer interruptor, encendemos el segundo y subimos a realizar la comprobación. Si la bombilla está encendida, el interruptor correcto es, evidentemente, el segundo. Si está apagada, pero tocamos la bombilla y está caliente, significa que se encendió recientemente, con lo que el interruptor correcto es el primero. Y si por último la bombilla está apagada y fría, significa que no la hemos encendido con ninguno de los dos primeros interruptores con lo que el correcto es el tercero.*

- *Acertijo de las tuercas, tornillos y clavos, consiste en leer bien el enunciado: "no ha acertado con ninguna etiqueta". Al tomar una pieza de una de las cajas, conocemos el contenido de esta primera caja. Sabemos además que su etiqueta corresponde con una de las otras cajas y que estas tienen las etiquetas incorrectas. Una de las cajas restantes tendrá la etiqueta de la pieza que conocemos por lo que la despegamos y la colocamos. Dado que sabemos que todas las etiquetas están mal, deducimos que la caja restante (a la que no hemos retirado la etiqueta) la tiene incorrecta y su etiqueta pertenece a aquélla a la que hemos retirado la etiqueta para ponerla en la primera caja, de forma que por eliminación, la última caja contendrá lo que indique la etiqueta de la primera caja.*
  Podemos verlo más claro con un ejemplo. Supongamos que las etiquetas de las cajas están de la siguiente manera:

  Caja 1 → Etiqueta de tornillos → ¿Contenido?
  Caja 2 → Etiqueta de tuercas → ¿Contenido?
  Caja 3 → Etiqueta de clavos → ¿Contenido?

  Abrimos la caja 1 que contiene por ejemplo clavos (seguro que no contendrá tornillos ya que es lo que indica su etiqueta) por lo que retiramos la etiqueta de la caja 3 y se la colocamos a la caja 1. Dado que todas las etiquetas están mal, la etiqueta de la caja 2 será incorrecta y por lo tanto deberá pertenecer a la caja 3 (que contendrá las tuercas), de lo cual deducimos que la etiqueta de la caja 1 pertenecerá a la caja 2 (que contendrá los tornillos).

- *Acertijo En la Feria: Se pueden lograr 50 puntos dándole a los muñecos marcados con 25, 6 y 19 puntos.*

- *Acertijo Enigma en el Tren: El camarero vive entre Madrid y Barcelona. Hay un viajero que vive donde el camarero y gana el triple que él, pero no puede ser Carlos, que gana 2 millones (no divisible por tres). Tampoco puede ser Bernardo, que vive en Madrid, luego el vecino del camarero es el viajero Alberto, y vive entre Madrid y Barcelona. De aquí deducimos que el viajero que vive en Barcelona, es Carlos. Ese viajero se llama igual que el camarero, por lo tanto el camarero es Carlos. Finalmente nos dicen que Alberto juega mejor al tenis que el revisor, luego Alberto no es el revisor, por lo tanto es el maquinista.*

- *Problema de Einstein:*
  El Alemán: Vive en una casa verde, toma café y fuma cigarros prince.

Conjuntos, álgebra de conjuntos. Definiciones. Operaciones fundamentales
Leyes del álgebra de conjuntos.
Diagramas de Venn: Álgebra de conjuntos con diagramas
Relaciones y funciones: Sus propiedades

La teoría de conjuntos es una rama de la matemática relativamente moderna cuyo propósito es estudiar unas entidades llamadas conjuntos, aunque otra parte de esta teoría es reconocida como los fundamentos mismos de las matemáticas. La teoría de conjuntos fue desarrollada por el matemático alemán Georg Cantor a finales del siglo XIX a partir de ciertas conclusiones hechas por el mismo al reflexionar en unos detalles de las series trigonométricas de Fourier.

1. Conjuntos

El concepto de conjunto es intuitivo y se podría definir como una "colección de objetos"; así, se puede hablar de un conjunto de personas, ciudades, lapiceras o del conjunto de objetos que hay en un momento dado encima de una mesa.

Un conjunto está bien definido si se sabe si un determinado elemento pertenece o no al conjunto. El conjunto de los bolígrafos azules está bien definido, porque a la vista de un bolígrafo se puede saber si es azul o no. El conjunto de las personas altas no está bien definido, porque a la vista de una persona, no siempre se podrá decir si es alta o no, o puede haber distintas personas, que opinen si esa persona es alta o no lo es.

Un conjunto se puede entender como una colección o agrupación bien definida de objetos de cualquier clase. Los objetos que forman un conjunto son llamados miembros o elementos del conjunto.

En la figura adjunta tienes un Conjunto de Personas

Sigue siendo célebre la definición que publicó Cantor:

Se entiende por **conjunto** a la agrupación en un todo de objetos bien diferenciados de nuestra intuición o nuestra mente.

O también, como lo definió Julius W. Dedekind:

> Un conjunto es un saco lleno de elementos. Dentro del saco puede haber números, letras, plantas, personas, animales, ... prácticamente cualquier cosa.

Generalmente, se designan los conjuntos usando letras latinas mayúsculas y los elementos con letras minúsculas.

Intuitivamente, un conjunto es una colección o clase de objetos bien definidos. Estos objetos se llaman *elementos o miembros del conjunto*.

Llamaremos *elemento*, a cada uno de los objetos que forman parte de un conjunto, estos elementos tienen carácter individual, tienen cualidades que nos permiten diferenciarlos, y cada uno de ellos es único, no habiendo elementos duplicados o repetidos.

Los representaremos con una letra minúscula: *a*, *b*, *k*,...

De esta manera, si **A** es un conjunto, y ***a, b, c, d, e*** todos sus elementos.

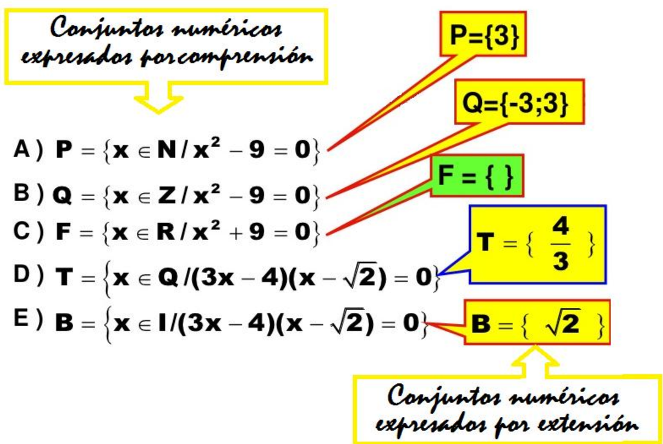
Es común escribir:

$$\mathbf{A} = \{a, b, c, d, e\}$$ para definir a tal conjunto **A**

Esta notación empleada para definir al conjunto **A** se llama *notación **por extensión***.

Si un objeto x es elemento de un conjunto A, se escribe: $\mathbf{x} \in \mathbf{A}$
que se puede leer también: "x pertenece a A" o "x está en A".

Si por el contrario, un objeto x no es elemento de un conjunto A, se escribe: $\mathbf{x} \notin \mathbf{A}$



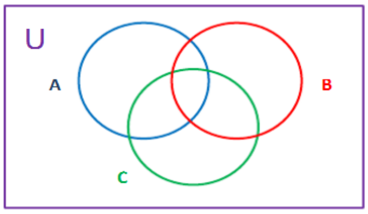
Otra forma de definir un conjunto es enunciando una propiedad que permita seleccionar de un conjunto ya formado, aquellos que verifiquen dicha propiedad.

Por ejemplo, dentro del conjunto de los números podemos seleccionar el conjunto B de los números pares, en este caso se emplea una letra, por lo general x, para representar un elemento cualquiera y se escribe:

$$B = \{ x \,/\, x \text{ es par}\}$$

lo que se lee: "B es el conjunto de los números x tales que x es par".

Esta forma de definir un conjunto de llama ***por comprensión***.



El Rectángulo representa conjunto Universal
Los círculos se han utilizado para representar a cada uno de los conjuntos.

2. Diagramas de Venn

Los diagramas de Venn se deben al filósofo inglés John Venn (1834-1883) y sirven para representar conjuntos de manera gráfica mediante dibujos o diagramas que pueden ser círculos, rectángulos, triángulos o cualquier curva cerrada.

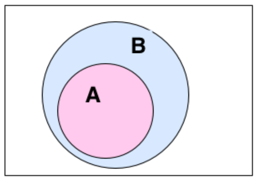
3. Definiciones.

Subconjuntos. Si todo elemento de un conjunto A es también elemento de un conjunto B, entonces se dice que A es un subconjunto de B.
Esta relación se denomina relación de inclusión y se denota como: $A \subset B$.
Ejemplo: El conjunto C = {1,3,5} es un subconjunto del D = {5,4,3,2,1} ya que todo elemento de C pertenece al conjunto D.

Simbólicamente esto se puede expresar así: $\mathbf{A \subset B \Leftrightarrow (\forall\, x)(x \in A \Rightarrow x \in B)}$

Esta relación también se puede leer: "A está contenido en B", "A es una parte de B". Para expresar que A no está contenido en B, escribimos: $A \subset B$.

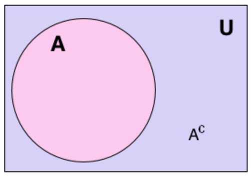
Con esta definición de subconjunto se puede dar de otra manera la definición de igualdad de dos conjuntos, así:



$$\mathbf{(A = B) \Leftrightarrow (A \subset B) \wedge (B \subset A)}$$

Puesto que todo conjunto A es subconjunto de si mismo, se dirá que A es un subconjunto propio de B; si A es subconjunto de B y A no es igual a B. Más brevemente, A es subconjunto propio de B si $A \subset B$ y $A \neq B$. Esta situación puede representarse mediante un diagrama así:

Conjunto Universal. El conjunto universal, que siempre representaremos con la letra U , es el conjunto de todas las cosas sobre las que estemos tratando.



Así, si hablamos de números enteros entonces U es el conjunto de los números enteros. Si hablamos de ciudades, U es el conjunto de todas las ciudades.

Este conjunto universal puede mencionarse explícitamente, o en la mayoría de los casos se da por supuesto dado el contexto que estemos tratando, pero siempre es necesario demostrar la existencia de dicho conjunto previamente. Simbólicamente, lo designaremos también con el símbolo 1.
Por ejemplo:
En geometría, el conjunto universal es el de todos los puntos del plano.
En los estudios de población humana, el conjunto universal estará formado por todos los seres humanos del mundo.
En los siguientes conjuntos numéricos: A = {1,3,5} B = {2,4,6,8}
El conjunto universal es: U = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}

Conjunto Vacío. Es el conjunto que carece de elementos.
Este conjunto se denotará por Φ .

Es decir: $\Phi = \{\}$

Un conjunto vacío se puede definir mediante una propiedad que sea contradictoria.

Por ejemplo: $B = \{x/x^2 = 4, \text{ x es impar}\}$

Al conjunto potencia, se le conoce también como: Familia de partes de un conjunto F(A).

Ejemplo:
- Si un jefe de policía dispone tres autos patrulleros: a, b y c; las posibilidades de atender una llamada:

De esta manera,, en el caso de una llamada determinada, tiene las siguientes opciones:
- **No enviar autos patrulleros: Ø**
- **Enviar uno: {a}; {b}; {c}**
- **Enviar dos: {a,b}; {a,c}; {b,c}**
- **Enviar tres: {a,b,c}**

El numero total de posibilidades entre las que se puede escoger es: $2^3 = 8$.

B es entonces un conjunto vacío.

Conjunto Potencia. Es el conjunto de todos los subconjuntos de un conjunto A y se denota $\mathcal{P}$ (A).

Sí el conjunto A tiene n elementos, el conjunto potencia de A tendrá 2^n elementos.

Ejemplo: A = {3,4,5}

P(A)= 2^3 = 8, lo que significa que pueden formarse 8 subconjuntos de A.

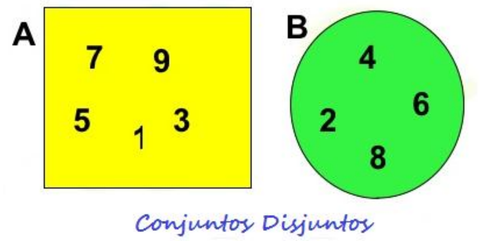
Luego:

P(A)= { {3}, {4}, {5}, {3,4}, {3,5}, {4,5}, {3,4,5}, ϕ }.

Conjuntos Finitos o Infinitos: Los conjuntos serán finitos o infinitos, si sus elementos son o no factibles de contar.

Ejemplo: M= {a,e,i,o,u}, M es finito.
N={1,3,5,7...}, N es infinito.

Conjuntos disjuntos: Dos conjuntos son disjuntos si no tienen elementos comunes.



Ejemplo: A= {1, 3, 5, 7, 9}, B={2, 4, 6, 8}

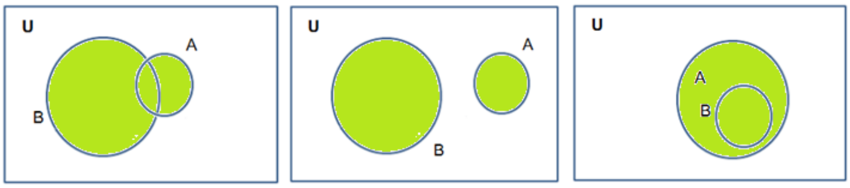
A y B son conjuntos disjuntos.

Operaciones Fundamentales con Conjuntos.

Unión. La unión de los conjuntos A y B, es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a A o a B o a ambos. Se denota la unión de A y B por $\mathbf{A \cup B}$ y se llama unión de A y B.

En consecuencia, $x \in (A \cup B) \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$.

Gráficamente:



En la gráfica la región pintada corresponde a la unión de A y B. Se indican los conjuntos dentro de un rectángulo que representa el conjunto referencial del cual se seleccionan los conjuntos A y B.

Ejemplo: Sean los conjuntos A={3,4,5,8,9} B={5,7,8,9,10}

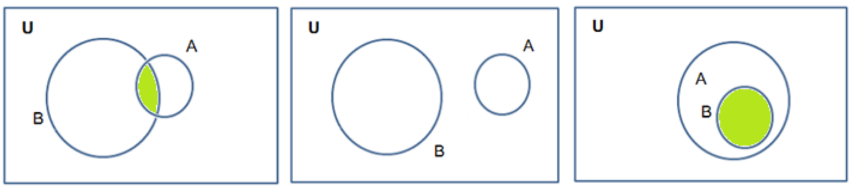
El conjunto unión será: A$\cup$B = {3,4,5,7,8,9,10}

Se puede expresar por comprensión este conjunto así: $A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}$

Intersección. La intersección de dos conjuntos A y B es el conjunto de los elementos que son comunes a A y a B, esto es, aquellos que pertenecen a A y que también pertenecen a B. Se denota la intersección de A y B por A • B y se lee "A intersección B".

En consecuencia, el conjunto $A \cap B$ está dado por: $A \cap B = \{ x / x \in A \wedge x \in B \}$.

Gráficamente, una representación de $A \cap B$ es:

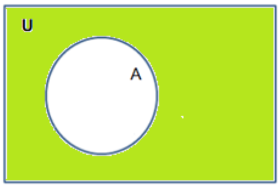


Cuando A y B no tienen elementos comunes, se dice que son disjuntos (figura del medio). La región pintada corresponde a $A \cap B$.

Complemento. El complemento de un conjunto A es el conjunto de todos los elementos que no pertenecen a A, es decir, el conjunto de todos los elementos que están en el Universal y no están en A. El complemento de A se denota por A^c (también, A').

En consecuencia,

$$x \in A^c \Leftrightarrow x \in 1 \wedge x \in A.$$



Gráficamente, su representación se observa en la figura de la derecha.

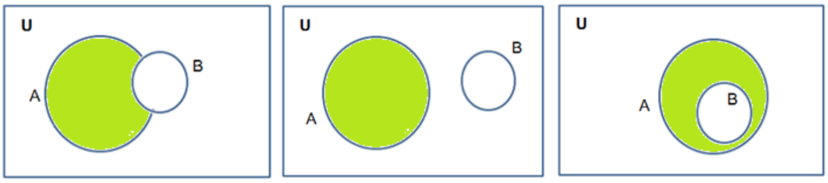
$$A^c = \{x \,/\, x \in 1 \wedge x \in A\}.$$

Ejemplo: Si U= {1,2,3,...10} y A={ 3,4,6,7} entonces, el complemento será: A^c= {1,2,5,8,9,10}

Diferencia de conjuntos: La diferencia de dos conjuntos A y B, es un conjunto cuyos elementos son aquellos que están en el conjunto A, pero no en el conjunto B.

Notación: $A - B = \{x \,/\, x \in A \wedge x \notin B\}$

Gráficamente:

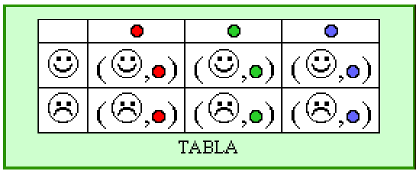


Ejemplo: C = {u, v, x, y, z} D = {s, t, z, v, p, q}

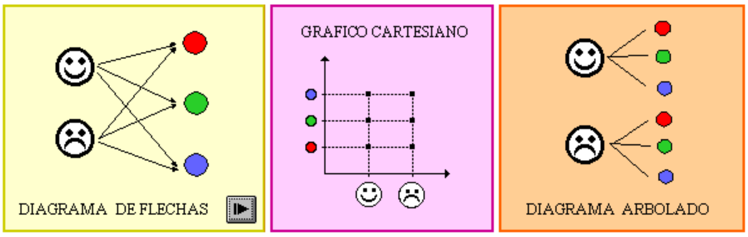
Entonces el conjunto diferencia C-D es: C - D = {x, y, u}

Producto cartesiano: Si tenemos dos conjuntos A y B, y tratamos de armar todos los pares posibles formados por un elemento del conjunto A y un elemento del conjunto B, obtendremos el producto cartesiano de los dos conjuntos. Se escribe

A x B



Podemos representarlo de diferentes formas: diagramas de flechas, diagramas arbolados, tablas y gráficos cartesianos. Cada par que formemos con un elemento de A y uno de B, en ese orden, recibe el nombre de par ordenado.



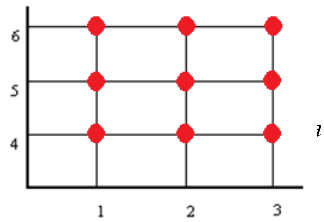
Llamaremos **producto cartesiano de dos conjuntos** que simbolizaremos como AXB a todos los pares de elementos ordenados que podamos formar tomando como primer elemento un elemento del conjunto A y como segundo un elemento del conjunto B

$$A \times B = \{ (a,b) / a \in A, b \in B \}$$

Ejemplo: A= {1,2,3} B={4,5,6}
A x B = {(1,4), (1,5), (1,6), (2,4), (2,5), (2,6), (3,4), (3,5), (3,6)}

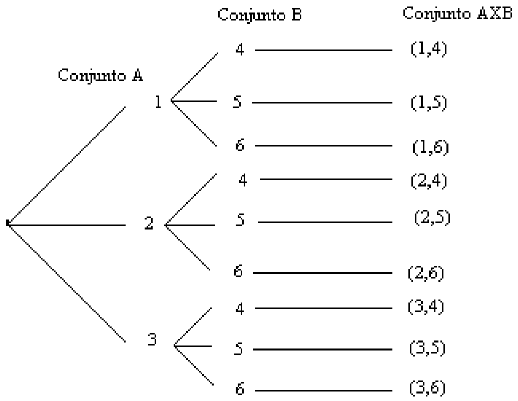
El producto cartesiano AXB no es igual al producto cartesiano BXA

Si el producto cartesiano lo forman más de dos conjuntos los elementos del producto cartesiano lo formaran grupos de elementos tomados ordenadamente



de cada uno de los conjuntos que lo forman tomando un elemento del primer conjunto, otro del segundo otro del tercero y así hasta llegar al ultimo.
Para representar gráficamente el producto cartesiano utilizaremos la representación cartesiana que consiste en trazar unos ejes perpendiculares, en el eje horizontal colocaremos los elementos del conjunto A y en el eje vertical los elementos del conjunto B,los elementos del producto cartesiano los forman los puntos de intercepción que se obtienen al trazar por los elementos del conjunto A paralelas al eje vertical y por los elementos del conjunto B paralelas al eje horizontal.

Para saber el número de elementos del producto cartesiano nos fijaremos en el diagrama de árbol, tal como se observa en el gráfico de la derecha.



En el gráfico, tenemos nueve elementos, que es el resultado de multiplicar el número de elementos del conjunto A por los del conjunto B.

Igualdad de Conjuntos. El conjunto A es igual al conjunto B si ambos tienen los mismos elementos, es decir, si cada elemento de A es también elemento de B y recíprocamente. Luego, podemos escribir:

$$(A = B) \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Leftrightarrow x \in B).$$

Leyes del Álgebra de Conjuntos.

Es importante destacar la dualidad dada en estas leyes, es decir, si en cualquiera de las identidades, cada unión se remplaza por una intersección, cada intersección por una unión, cada 0 por 1 y cada 1 por 0, la expresión resultante es también una identidad.

Notar que en el gráfico de la derecha:

Φ equivale a 0, y U equivale a 1

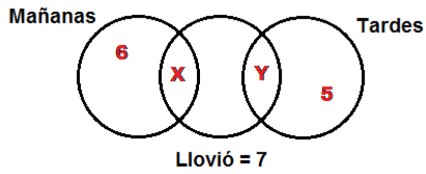
PROPIEDAD	EXPRESIÓN SIMBÓLICA
Idempotencia	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$
Identidad	$A \cup \varnothing = A$, $A \cup U = U$ $A \cap \varnothing = \varnothing$, $A \cap U = A$
Conmutativas	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$
Asociativas	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
Distributivas	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Absorción	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$
Doble complemento	$(A^c)^c = A$
Complemento del universo y del vacío	$U^c = \varnothing$ $\varnothing^c = U$
Unión e intersección de complementos	$A \cup A^c = U$ $A \cap A^c = \varnothing$
De Morgan	$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

Leyes del álgebra de conjuntos

Ejercicios explicados:

1. Un estudiante salió de vacaciones por N días y observó que en ese lapso: Llovió 7 veces en la mañana o en la tarde. Cuando llovía en la tarde, estaba clara la mañana. Hubo 5 tardes claras. Hubo 6 mañanas claras.

Solución:



Como el número de mañanas es el mismo que el de tardes, se cumple:

$$6 + X = 5 + Y \rightarrow Y = X + 1$$

Pero, $X + Y = 7 \rightarrow X + X + 1 = 7 \rightarrow 2X = 6 \rightarrow X = 3$

Por lo tanto: $Y = X + 1 = 3 + 1 = 4$

El período de vacaciones duró: $6 + X = 6 + 3 = 9$ días

2. En la editorial TALES trabajan 40 personas, de las cuales podemos decir que:
   3 mujeres tienen 19 años. 20 mujeres no tienen 20 años. 25 mujeres no tienen 19 años. 8 varones no tienen 19 años ni 20 años. 2 varones tienen 20 años.
   a. ¿Cuántas personas tienen 20 años?
   b. ¿Qué porcentaje del total representa los que tienen 19 años?

Solución:

Realizando el diagrama de Venn, observamos que:

a. 10 personas tienen 20 años
b. El porcentaje se calcula en base a que 5 tienen 19 años sobre el total de 40 personas:
   Es decir, $5/40 * 100 = 12,5\%$

Para continuar ejercitándose…

1) Sean A, B, C, los siguientes conjuntos:

$A = \{ \{1,3\}, \{2,4,6\}, \{8,9\}\}$

$B = \{ 1,2,3,4,6,8,9\}$

$C = \{ \{1\}, \{3\}, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{8\}, \{9\}\}$

- Es correcto decir que A = B = C ?. Explique.

- Para cada una de las siguientes expresiones; diga si es correcto o no.

$\{1,3\} \in A$	$\{1,3\} \subset B$	$\{1\} \in A$	$\{1\} \subset A$
$\{1,3\} \subset A$	$\{1,3\} \in C$	$\{1\} \in B$	$\{1\} \subset B$
$\{1,3\} \in B$	$\{1,3\} \subset C$	$\{1\} \in C$	$\{1\} \subset C$
$\{\{1\}, \{2\}\} \subset B$	$\{\{1\}, \{2\}\} \subset C$	$\{\{1,3\}\} \subset A$.	

2) Si $A = \{x\}$; $B = \{\{x\}\}$; ¿ Cuáles de las siguientes expresiones son correctas?

$x \in A$	$\{x\} \subset A$	$\{x\} \in B$	$A \in B$	$\{A\} \subset B$
$x \in B$	$\{x\} \subset B$	$\{\{x\}\} \subset A$	$A \subset B$	$\{A\} = B$.

3) Dados los siguientes conjuntos:

- F: {El conjunto de los números de cuatro cifras, donde dos *al menos* de dichas cifras son cero}.
- G: {El conjunto de números de cuatro cifras, donde una *al menos* de dichas cifras es cero}.
- H: {El conjunto de números de cuatro cifras, dos de las cuales son cero y las otras dos diferentes de cero}.

Determine todas las posibles relaciones de inclusión que se pueden establecer entre los conjuntos F, G y H.

4) Sea A el conjunto de todos los números naturales que verifican la ecuación: $(x - 2)(x + 1) = 0$.

Sea B = {A, 1}, ¿ Cuáles de las siguientes expresiones son verdaderas?.

$-1 \in A$, $2 \in B$, $1 \in A$, $\{2\} \in B$, $\{2\} \in A$.

5) Si A es el conjunto de números de dos cifras tales que la primera cifra es mayor que la segunda y B el conjunto de números de dos cifras tales que la primera cifra es menor que la segunda, expresar $A + B$ y $A \bullet B$.

6) Suponga que el conjunto universal es el conjunto de los números enteros positivos. Defina S, E y M así:

- ✓ S: Conjunto de todos los enteros positivos menores o iguales a 6.
- ✓ E: Conjunto de todos los enteros positivos pares.
- ✓ M: Conjunto de todos los enteros positivos múltiplos de tres.

Escriba expresiones algebraicas simples en términos de S, E y M para los siguientes conjuntos:

- {3,6}, {1,3,5}..
- Todos los enteros positivos múltiplos de 6.
- Todos los enteros pares mayores que 6.
- El conjunto que contiene todos los múltiplos de 3 y todos los enteros impares.

7) Define por comprensión los siguientes conjuntos

- ✓ A = {1 ; 3, 5 ; 7, 9 ; 11}
- ✓ B = {2 ; 4 ; 6 ; 8, 10 ; 12}
- ✓ C = {Tetraedro, Hexaedro, Octaedro, Dodecaedro}
- ✓ D = {Rojo ; amarillo ; verde}
- ✓ E = {Rojo ; verde ; azul}
- ✓ F = {Rojo ; amarillo ; azul}

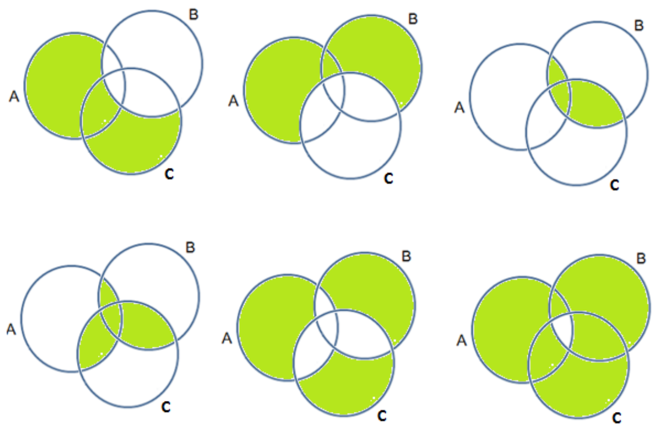
10) Dados los siguientes conjuntos, efectúa las operaciones que se indican y grafícalas en Diagramas de Venn

- ✓ $A = \{x/x \in N \wedge 2 \leq x \leq 7\}$
- ✓ $B = \{x/x \in N \text{ pares} \wedge 2 \leq x \leq 10\}$
- ✓ $C = \{x/x \in N \text{ impares} \wedge 1 \leq x \leq 11\}$
- ✓ $D = \{x/x \in Z \wedge -3 \leq x \leq 2\}$

Operaciones a efectuar:

a) $A \cap B =$	b) $A \cap D =$	c) $B \cap C =$	d) $C \cap D =$
d) $A \cap C =$	e) $A \cap B \cap D =$	f) $A \cup B =$	g) $A \cup C =$
h) $A \cup D =$	i) $B \cup C =$	j) $A - B =$	k) $B - A =$

11) Dados los siguientes diagramas de Venn indica la expresión conjuntista que corresponde a la unión de las zonas pintadas:



DESAFIOS PARA PENSAR…

Al igual que en el capítulo anterior, quiero dejarles unos pequeños desafíos para pensar…

1) Una encuesta aplicada a un grupo de jóvenes, acerca de las preferencias por alguna radio F.M. de la región, señaló que:
277 preferían Carolina; 233 preferían Manquehue; 405 preferían Tiempo; 165 preferían Manquehue y Tiempo; 120 preferían Manquehue y Carolina; 190 preferían Carolina y Tiempo; 105 preferían las tres estaciones de radio mencionadas

Determine:
a) ¿Cuántos jóvenes fueron encuestados?
b) ¿Cuántos jóvenes prefieren sólo Carolina?
c) ¿Cuántos jóvenes prefieren sólo Carolina y Tiempo?

2) Una encuesta realizada a 2000 hombres reveló [illegible] respecto a sus gustos por distintos tipos de mujeres: 800 preferían las rubias; 95[illegible] [illegible]rían las colorinas; 150 preferían las rubias y morenas; 300 preferí[illegible] [illegible]bias y colorinas; Sólo morenas y colorinas.
Determine el número [illegible]
a) Preferían lo[illegible]
b) No prefer[illegible]s.

3) En una reun[illegible]s son aficionadas al juego, 39 [illegible] vino y 48 a las fiestas, [illegible] aficionadas al vino, juego y [illegible]9 personas aficionada[illegible] so[illegible]nas que son aficionadas al ju[illegible] por último nueve a l[illegible]no.
Determin[illegible]
a) E[illegible]sonas que es af[illegible]ente.
b) E[illegible]rsonas que es aficio[illegible]mente

4) En una e[illegible]da a 320 alumnos de In[illegible]e la Unive[illegible]araíso, se descubrió[illegible]ren tres lugares para sus "ca[illegible]na:
95 prefiere[illegible]e"; 90 prefieren ir al "Playa"; [illegible]entos";
30 prefieren[illegible]" y al "Playa"; 10 prefieren ir a[illegible] Vientos";
40 prefieren [illegible]nte; 60 prefieren ir al "Kamika[illegible]

Determine el nu[illegible] prefieren:
a) Sólo ir al "B[illegible]
b) Ir a los tres luga[illegible]
c) No salir y quedarse[illegible]

5) Tres atletas corrieron los 100 metr[illegible]ndos; Arturo 11,02 segundos y Marcelo 11,2 segundos. ¿Cuál(es) de las sig[illegible]es (son) verdadera(s)?
I) Javier llegó después que Marcelo
II) Entre Arturo y Marcelo hay 18 centésimas de segundo de diferencia al llegar a la meta.
III) Arturo llegó primero.

A) Sólo I B) Sólo I y II C) Sólo I y III D) Sólo II y III E) I, II y III

6) En una clase de 30 estudiantes, hay 7 que tienen gafas, 15 que tienen calculadoras y 2 que tienen gafas y calculadoras. ¿Cuántos de ellos no tienen ni gafas ni calculadoras

7) Según las preferencias de 420 personas que ven los canales A, B o C, se observa que 180 ven el canal A, 240 ven el canal B y 150 no ven el canal C. Los que ven por lo menos dos canales son 230.
¿Cuántos ven los tres canales?

8) UN REPARTO ALGO COMPLICADO. Romina tiene cuarenta y ocho chocolates, y los reparte entre sus amigas Magda, Cecilia y Lucía mediante este juego:
De los que separó para Magda saca tantos chocolates como tiene Cecilia y se los da a ella. Luego, a Cecilia le quita una cantidad igual a la que tiene Lucía y se los da a ésta. Por último, a Lucía le quita una cantidad igual a la de Magda y se los entrega a ésta. Al final, a las tres amigas les tocan dieciséis chocolates.
¿Cuántos chocolates tenía cada una al iniciar el juego?

9) En una ciudad hay sólo 3 diarios: X. Y y Z. Un estudio de mercado sobre la preferencia de lectura de la población de dicha ciudad reveló que: 150 leen el diario X; 170 leen el diario Y; 210 leen el diario Z; 90

no leen ningún diario; 10 leen los tres diarios; 40 leen los diarios X e Y; 30 leen lo diarios X y Z; 50 leen los diarios Y y Z.
¿Cuántas personas fueron entrevistadas?
a) 510 b) 320 c) 420 d) 400 e) 500

10) En una charla de los jueves institucionales de Cibertec, asistieron 240 estudiantes de los cuales 140 estudian Computación y 100 estudian Administración. Si 40 estudian Computación y Administración. Se pide:
- ✓ ¿Cuántos estudian Computación o Administración?
- ✓ ¿Cuántos estudian Computación o Administración, pero no las dos carreras a la vez?
- ✓ ¿Cuántos estudian Computación si y sólo si estudian Administración?
- ✓ ¿Cuántos son los estudiantes que si estudiando Administración entonces desean estudiar Computación?

11) En una batalla campal intervinieron 1200 hombres, de los cuales: 420 fueron heridos en la cabeza, 430 fueron heridos en el brazo; 320 fueron heridos en la pierna; 80 fueron heridos en ambos miembros; 50 fueron heridos en la cabeza y en el brazo, y 60 fueron heridos en la pierna y la cabeza.
Si 200 no fueron heridos, se pide calcular:
a. ¿Cuántos fueron heridos en los tres lugares?
b. ¿Cuántos fueron heridos a lo más en dos lugares?
c. ¿Cuántos fueron heridos por lo menos en dos lugares?
d. ¿Cuántos fueron heridos en dos lugares solamente?

12) En el Colegio Lamarca muchos son deportistas; de los cuales 150 alumnos entraron en competencia para definir el mejor de cada juego. De éstos, 45 juegan tenis; 70 juegan básquet y 90 juegan vóley. 10 juegan tenis y básquet; 25 juegan tenis y vóley y 30 juegan básquet y vóley.
¿Cuántos juegan los tres deportes?

13) En una ciudad de 100.000 habitantes adultos, el 70% escucha radio, el 40% lee periódicos y el 10% ve televisión. Entre los que escuchan radio, el 30% lee los periódicos y el 4% va televisión; el 90% de los que ven televisión lee los periódicos y sólo el 2% de l población total leen periódicos, ven televisión y escuchan radio.
¿Cuántos habitantes no escuchan radio, no leen periódicos ni ven televisión?

Que se entiende por lógica proposicional?. Qué es inferir?
Proposiciones y operaciones lógicas. Propiedades de las operaciones lógicas.
Lógica binaria. Variables y constantes. Relaciones entre el lenguaje coloquial y el lenguaje simbólico.
Conectivos lógicos y proposiciones compuestas. Operadores AND, OR, NOT. Tablas de verdad. Equivalencias a la teoría de conjuntos. Equivalencias con circuitos eléctricos. Diagramas de Venn.
Funciones lógicas. Propiedades. Aplicaciones.

Una introducción a la lógica proposicional

Daremos ahora unas nociones básicas de lógica proposicional.
La **lógica proposicional** es una rama de la lógica clásica que estudia las proposiciones o sentencias lógicas, y sus posibles evaluaciones de verdad. Se encarga del estudio de los enunciados o declaraciones verbales, entendiendo por enunciado aquellas secuencias lingüísticas con pleno sentido cuya propiedad fundamental es que o bien es **verdadero** o bien **falso**, pero no ambas.

- **Sintaxis y notación**

El primer paso en el estudio de un lenguaje es definir los símbolos básicos que lo constituyen (alfabeto) y cómo se combinan para formar sentencias. Está constituido por:

- Símbolos de veracidad: $\top$ para verdadero y $\perp$ para falso. Alternativamente se pueden usar V para verdadero y F para falso.
- Símbolos de variables: p, q, ... , z
- Símbolos de conectivas: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\longrightarrow$, $\longleftrightarrow$
- Símbolos de puntuación: paréntesis (), corchetes [] y llaves {} para evitar ambigüedades.

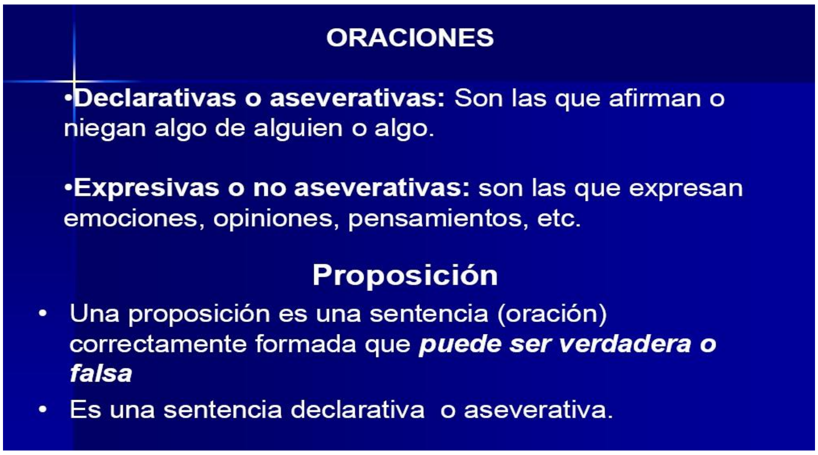
- **Proposiciones**

¿Qué es una proposición? Una respuesta rápida sería: Lo que resulta de "afirmar" o "negar" un hecho.

"*Las proposiciones son verdaderas o falsas, y en esto difieren de las preguntas, las órdenes y las exclamaciones*".

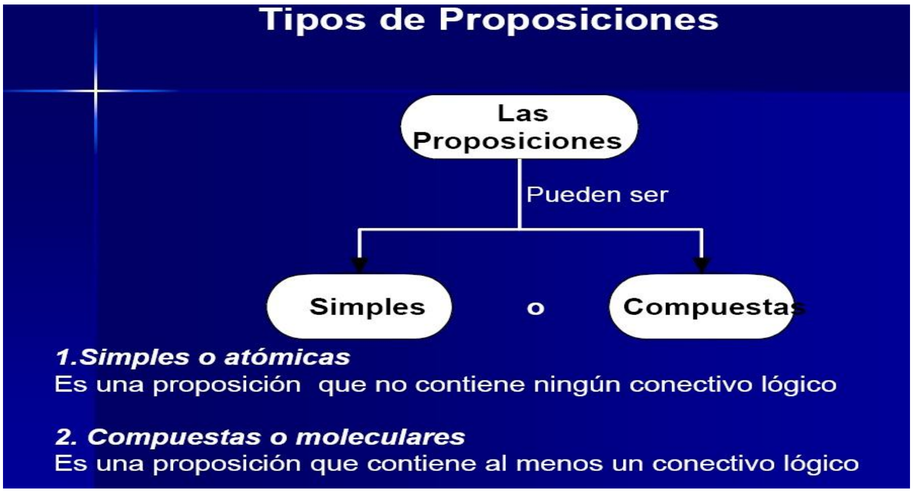
Una proposición, para los fines de esta discusión, es una declaración la cual puede ser verdadera o falsa. Así, la frase "París está en Francia" es un enunciado. En cambio: "Dónde está París? no es un enunciado y no es del interés de la lógica proposicional.

Queda claro entonces, que una proposición es un enunciado o una oración que puede ser falsa o verdadera pero no ambas a la vez. Una proposición es verificable. En síntesis:



Ante una pregunta no tiene sentido plantearse el problema de si es verdadera o falsa, de si enuncia o no un estado de cosas que de hecho se da. Otro tanto cabe decir de una exclamación o de una súplica por ejemplo. Las preguntas, las órdenes o las súplicas no tienen valor de verdad. Si lo tienen en cambio, y necesariamente, las afirmaciones que hacemos acerca del mundo.

Por lo tanto, NO se consideran las expresiones de dolor o alegría, ni las expresiones de mando o preguntas como proposiciones. Tampoco se tienen en cuenta los indicadores de tiempo y lugar (tiempos de los verbos, adverbios de tiempo, lugar y curso). Sólo se toman como proposiciones las frases declarativas.



Se dice que una proposición es **simple** o atómica, si no esta compuesta por otra proposición. Las **proposiciones compuestas** se pueden crear al combinar **conectores** con proposiciones simples.

Se simbolizan las frases utilizando: **p**, **q**, **r**, etc., para representar los enunciados simples (que ya no se pueden descomponer en enunciados) y se les llama fórmulas atómicas o átomos.

A continuación se tienen algunos ejemplos de enunciados que son proposiciones:

p : La tierra es plana.

q : $-12 + 28 = 21$

r : $x > y + 1$

s : Belgrano será campeón en la presente temporada del Fútbol Argentino.

t : Resistencia es la capital del Chaco

Las expresiones p y q sabemos que pueden tomar un valor de falso o verdadero; por lo tanto son proposiciones válidas.
La expresión r también es una proposición válida, aunque el valor de falso o verdadero depende del valor asignado a las variables x y y en determinado momento.
La proposición t es una proposición verdadera.
La proposición s también está perfectamente expresada aunque para decir si es falsa o verdadera se tendría que esperar a que terminara la temporada de fútbol.

Veamos algunos ejemplos que no son proposiciones, ya que no pueden tomar un valor de falso o verdadero:
Exclamaciones: Muchas felicidades!, Buena suerte!
Interrogaciones: Que hora es?, El partido terminó empatado?, Hola ¿Qué tal?
Imperativos (órdenes): Estudie y limpie su cuarto; Lava el coche, por favor.

- **Conectivos Lógicos y Proposiciones Compuestas**

Las proposiciones anteriores son todas, proposiciones simples. Los enunciados pueden ser compuestos, esto es, pueden estar formados por enunciados, tales que cada uno de ellos tiene perfecto significado, y palabras que los conecten. Es decir, para obtener proposiciones compuestas se deben ligar o combinar más de una proposición simple. Se utilizan los símbolos: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ para representar las palabras que los conectan, a éstos se les llama ***conectivos lógicos***.

La propiedad fundamental de una declaración compuesta es que su valor de verdad está completamente determinado por los valores de verdad de sus componentes y también por la forma en que están conectadas.

Los operadores o conectivos básicos son

Conectivo	Nombre
~ ó -	NO
$\vee$	O INCLUYENTE
$\wedge$	Y
$\Rightarrow$	ENTONCES O IMPLICA
$\Leftrightarrow$	SÍ Y SOLO SÍ
$\veebar$	O EXCLUYENTE

Estos conectivos lógicos tienen una jerarquía en las operaciones, esta es: el NO en primer lugar, luego el O INCLUYENTE y el Y, luego el IMPLICA, le sigue el SÍ Y SOLO SÍ y por último el O EXCLUYENTE.-

A la lógica proposicional no le interesa el contenido del enunciado en sí, sino su valor de verdad o falsedad y cómo es su estructura. Si se trata de un enunciado compuesto, le interesa cómo se unen los enunciados que lo componen.

A la composición de átomos mediante conectivos se les llama fórmula molecular.

En general, llamaremos proposiciones tanto a los átomos como a las fórmulas moleculares.

Palabras:	no	implica	o	y	si y solo si	o bien "p" o bien "q"
Símbolo:	$\sim$	$\rightarrow$	$\vee$	$\wedge$	$\leftrightarrow$	Δ

Ejemplo: $\underbrace{\text{No}}_{\sim}\ \underbrace{\text{aprobé el curso de Matemática I.}}_{p}$

$\underbrace{\text{Hoy es sábado}}_{p}\ \underbrace{\text{y}}_{\wedge}\ \underbrace{\text{mañana domingo.}}_{q}$

Definiciones: Dadas las proposiciones *P* y *Q* .

La **conjunción** de *P* y *Q*, cuya notación es $P \wedge Q$, es la proposición *P* **y** *Q*.
$P \wedge Q$ es verdadera únicamente cuando ambas *P* y *Q* son verdaderas.

La **disyunción** de *P* y *Q*, cuya notación es $P \vee Q$, es la proposición *P* **o** *Q*.
$P \vee Q$ es verdadera únicamente cuando al menos una de las proposiciones *P* y *Q* es verdadera.

La **negación** de *P*, cuya notación es $\neg P$, es la proposición **NO** *P*.
$\neg P$ es verdadera únicamente cuando *P* es falsa.

Estado de proposiciones

Según el valor de verdad las proposiciones pueden estar en tres estados:

- ✓ Tautología o validez: es una proposición que siempre es verdadera.
- ✓ Contradicción: es una proposición que siempre es falsa.
- ✓ Contingencia: es una proposición que puede ser verdadera o falsa

- **Tablas de verdad**

La tabla de verdad de una sentencia es una tabla en la que se presentan todas las posibles interpretaciones de las variables proposicionales que constituyen la sentencia y el valor de verdad de la sentencia para cada interpretación.

($\neg$) ***Negación u Operador NOT (no):*** *Para toda proposición p, la proposición $\neg p$ significa lo opuesto o contrario a p.* Su función es negar la proposición.
Esto significa que si alguna proposición es verdadera y se le aplica el operador NOT se obtendrá su complemento o negación (falso). Este operador se indica por medio de los siguientes símbolos: $\{\,', \neg, \sim\}$.
Por ejemplo: Se tiene que $\neg p$ es verdadera si p es falsa y es falsa si p es verdadera. Los valores de verdad para la negación se pueden resumir en la siguiente tabla (codificamos V como el valor verdadero y F como el falso, también se suele usar 1 y 0 respectivamente, como se puede observar en los cuadros siguientes).

p	¬p
F	V
V	F

p	¬p
1	0
0	1

Teniendo la proposición : p: *La capital de Francia es Paris* (p = 1),

Su negación será: p': *Paris no es la capital de Francia* (p'= 0)

Otro ejemplo: Para p: 2x4 = 6 (p = 0) p': 2x4 ≠ 6 (p' = 1)

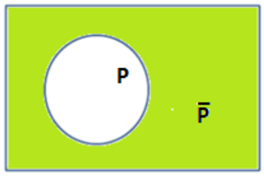
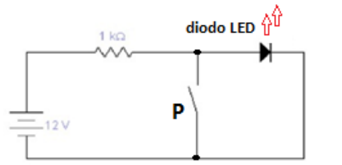


Diagrama de Venn del operador NOT

El operador NOT también tiene expresión en la teoría de conjuntos y es el denominado complemento, cuyo diagrama de Venn es el que se observa en la imagen a la derecha.

En términos de circuito eléctrico, su representación será, como aparece en la figura siguiente a la derecha.



Representación circuital de una negación NOT (P̄)

Cuando se cierra *p* ("1" lógico) el diodo led se apaga (falso o "0" lógico) y si *p* se abre ("0" lógico) el led se enciende (verdadero o "1" lógico).

(∧) ***Conjunción:*** Dos enunciados cualesquiera pueden ser combinados por la palabra "y" para formar uno nuevo que llamaremos conjunción de los anteriores. Simbólicamente p ∧ q denota la conjunción de las proposiciones p y q. El valor de verdad de p ∧ q en función de los valores de verdad de p y de q viene dado en la siguiente tabla de la derecha.

p	q	p ∧ q
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Es decir, p ∧ q es verdadera cuando las declaraciones p y q son ambas verdaderas, y sólo en ese caso .

Así, la frase "Llueve y hace viento" es verdadera sólo en el caso en que ciertamente "Llueve" y ciertamente "hace viento"; si ciertamente llueve pero no hace viento, entonces la frase es falsa.

El operador AND (Y) *se utiliza para conectar dos proposiciones que se deben cumplir, es decir, ser verdaderas, para que se pueda obtener un resultado verdadero.*

Su símbolo es: ∧ , un punto (.), un paréntesis, o también, ∩ . Se le conoce como la multiplicación lógica (en la matemática booleana): **p . q**

Algunos ejemplos son:

1. "*El auto enciende cuando tiene gasolina en el tanque y tiene corriente la batería*"
Esta proposición está formada por dos proposiciones simples: ***q*** y ***r***

donde:
q: Tiene gasolina el tanque
r: Tiene corriente la batería
p: El coche enciende.

De tal manera que la representación del enunciado anterior usando simbología lógica es: p = q ∧ r

TABLA DE VERDAD OPERADOR "AND"

q	r	p = q ∧ r
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

1 = Verdadero 0 = Falso

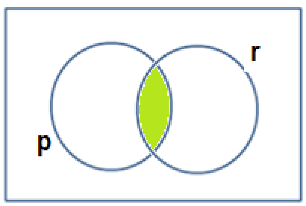
En la tabla de la derecha, el valor de q = 1 significa que el tanque tiene gasolina, r = 1 significa que la batería tiene corriente y p = q ∧ r = 1 significa que el coche puede encender.

Se puede notar que si q o r valen cero implica que el auto no tiene gasolina o no tiene corriente la batería y que, por lo tanto, el auto no puede encender.

2. *"La ciudad **x** está en Francia y es su capital"* es una proposición compuesta por las proposiciones simples:

p: La ciudad x está en Francia.
(Es verdadera solo para todas las ciudades ***x*** que estén en Francia. De lo contrario será falsa).

r: La ciudad x es capital de Francia.
(Es verdadera solo si ***x*** es Paris. De lo contrario será falsa).

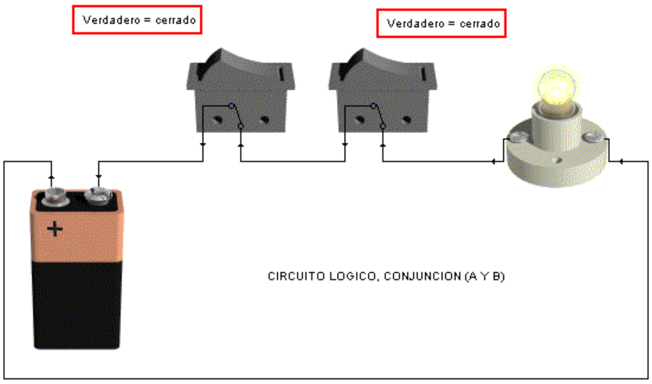


OPERADOR p ∧ r

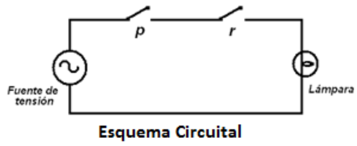
Con ello la proposición compuesta $q: p \wedge r$ será verdadera solo si ***x*** es Paris, de lo contrario será falsa.

El operador *Y* en la teoría de conjuntos equivale a la operación de intersección, por ello se le puede representar como lo muestra la figura de la derecha.

También tiene representación circuital con interruptores, como aparece en las figuras siguientes.



LA CONJUNCIÓN COMO UN JUEGO DE INTERRUPTORES ELÉCTRICOS



Si los dos interruptores están cerrados (indicando verdadero o "1" lógico) la lámpara se enciende; de lo contrario la lámpara permanece apagada.

Disyunción $(\vee)$ ***:*** Dos enunciados pueden ser combinados por la palabra "o" para formar una nueva declaración que se llama disyunción y en términos de proposiciones será $p \vee q$.
El valor de verdad de $p \vee q$ en función de los valores de verdad de p y de q viene dada en la tabla de la derecha.

p	q	p ∨ q
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Con este operador se obtiene un resultado verdadero cuando alguna de las proposiciones es verdadera. Se indica por medio de los siguientes símbolos: { ∨ , + , ∪ }. Se conoce como suma lógica en el álgebra booleana. En términos literales se comporta como y/o.

Es decir, que $p \vee q$ sólo es falso cuando ambas declaraciones, p y q, son falsas y sólo en ese caso.

Así, el enunciado "París está en Inglaterra ó 2+2 = 4" es verdadera pues ciertamente 2+2 = 4.

TABLA DE VERDAD OPERADOR "OR"

q	r	p = q ∧ r
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

1 = Verdadero 0 = Falso

Debemos observar que al "o" que se hace referencia aquí en el sentido "y/o"; esto es, puede ocurrir p, puede ocurrir q o ambos a la vez.

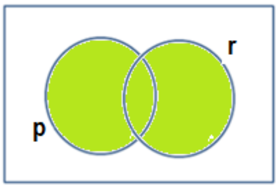
Ejemplo: Sea el siguiente enunciado "Una persona puede entrar al cine si compra su boleto u obtiene un pase".

donde: p: Entra al cine
q: Compra su boleto
r: Obtiene un pase

La proposición compuesta es ***p: q v r***

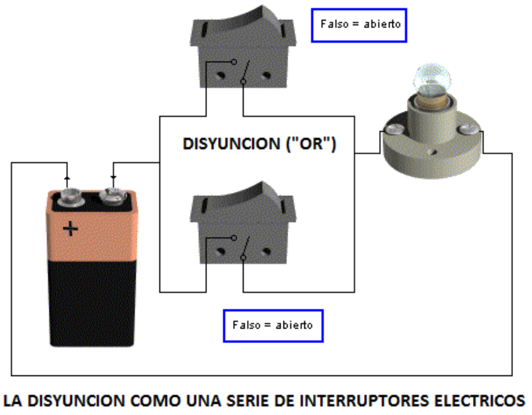
La única manera en la que no puede ingresar al cine (p = 0), es que no compre su boleto (q = 0) y que, además, no obtenga un pase (r = 0).

En cualquier caso la operación OR o la disyunción se asimila a la operación UNION entre conjuntos, por ello en diagrama de Venn se representa como se observa en la figura a la derecha.

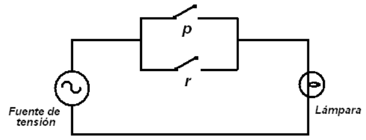


OPERADOR p v r

Y en circuito de conmutación, la representación circuital de una disyunción (OR) es así:



LA DISYUNCION COMO UNA SERIE DE INTERRUPTORES ELECTRICOS



De tal suerte que es suficiente con que uno de los dos interruptores este cerrado para obtener un "1" lógico, es decir, que la lámpara encienda.

Disyunción exclusiva: ***O exclusiva***

Es el operador que conecta dos p … blanco o es negro; es o no es.

El operador se denomina … ncia en que su resultado es verdadero … proposiciones es cierta. Cuando ambas son v … o, igual si las dos son falsas. Se denota c …

TABLA DE V … EXCLUSIVA"

Por ejemplo:
p: Antonio vi … del Pla …

La proposición … por las prope …

q: Antonio v … lata

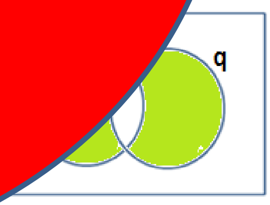
r: Antonio vi …

Su notación es: …

y, su tabla de ver … la derecha.

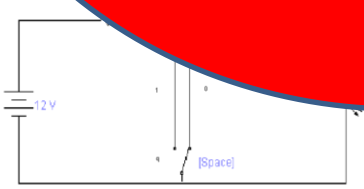
… Falso

La XOR o disyunci … mila a la operación Unión excl … conjuntos, por ello el … representa, así:



OPERADOR p ⊕ q

Y la representación esque …



El diodo led será encendido si los interruptores están en posiciones contrarias de cualquier otra forma se conservará apagado ("o" lógico)

COMBINACIONES CON NEGACION.

Con ayuda de los operadores básicos se pueden formar los operadores compuestos: **NAND** (combinación de los operadores Not y And), **NOR** (combina operadores Not y Or) y **XNOR** (resultado de Xor y Not).

Operador NAND – Conjunción negada

Se utiliza para conectar dos proposiciones que se deben cumplir (ser verdaderas) para que se pueda obtener un resultado falso, en cualquier otro caso la proposición compuesta es verdadera. Su símbolo es: {(∧)', (.)', (∩)'}.

q	r	$p = \overline{q \wedge r}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

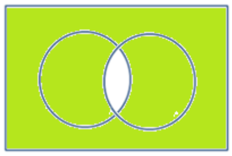
1 = Verdadero 0 = Falso

De tal manera que la representación de una proposición queda como sigue:

$$p = (q \wedge r)'$$

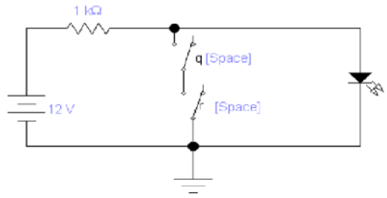
Cuya tabla de verdad es completamente opuesta a la conjunción.

El operador *"y negado"*, en la teoría de conjuntos equivale a la operación de intersección complementada, por ello se le puede representar en diagrama de Venn como lo muestra la siguiente figura:



OPERADOR NAND

El conector NAND también tiene representación circuital con interruptores, como aparece en la siguiente figura.



Si los dos interruptores están cerrados (indicando verdadero o "1" lógico) el led se apaga ("0" lógico) de lo contrario está encendida ("1" lógico). Su comportamiento es completamente contrario a la conjunción.

Operador NOR – Disyunción negada

Es el inverso de la disyunción, por ello, se obtiene con este operador un resultado verdadero en el único caso que se obtenía falso en la disyunción, es decir, cuando las proposiciones son falsas. En cualquier otro caso da un resultado falso. Se le indica por medio de los siguientes símbolos: {$(\vee)'$, $(+)'$, $(\cup)'$}.

Se conoce como ***suma lógica inversa*** en el álgebra booleana.

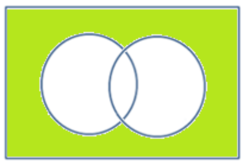
La proposición compuesta es $p = \overline{q \vee r}$

y la tabla de verdad representativa se observa a la derecha.

q	r	$p = \overline{q \vee r}$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

1 = Verdadero 0 = Falso

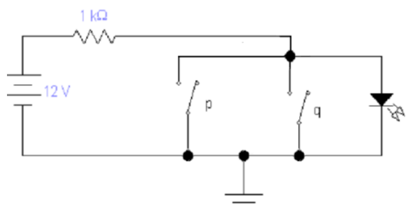
En cualquier caso la operación NOR, o disyunción negada, se asimila a la operación unión entre conjuntos, pero, complementada; por ello en diagrama de Venn se representa como en la figura de la derecha, donde se considera como resultado todo lo que en la disyunción no lo era.



OPERADOR NOR

El circuito de conmutación queda como en la figura siguiente.

La única forma en que se ACTIVE el led ("1" lógico), es que ninguno de los interruptores se cierre("1" lógico) el led se conservará APAGADO("0" lógico).



Operador XNOR – Disyunción exclusiva negada

Es el operador que niega al conector *O exclusivo* , así , que tan solo es verdadera la proposición compuesta sí, o, bien, las dos son verdaderas o las dos son falsas(más adelante veremos que también se denomina *equivalencia*).

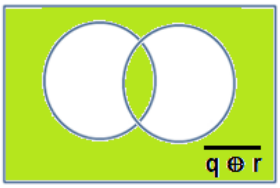
El operador se denomina XNOR, Se denota como $\odot$, algunos también lo denotan como $(\oplus)'$.

La tabla de verdad se indica a la derecha.

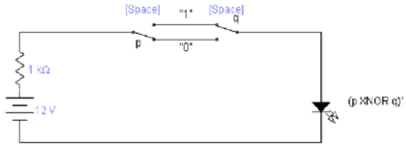
q	r	$p = \overline{q \oplus r}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

1 = Verdadero 0 = Falso

La XNOR o disyunción exclusiva se asimila a la operación Unión exclusiva pero complementada, por ello el diagrama de Venn se representa, así:



Y en circuito de conmutación, así:



De manera que los dos interruptores en "1", o, los dos en "0" originan un estado encendido "1" en el led; de lo contrario se conservará apagado "0".

DESAFIOS PARA PENSAR…

Al igual que en los capítulos anteriores, quiero dejarles unos pequeños desafíos para pensar…

1 ¿Cuáles de las sentencias siguientes son proposiciones? En el caso de las proposiciones, cuáles son verdaderas?)

a) $5 \cdot 4 = 20$ b) $5 - 4 = 3$

c) $2 + 7 \cdot 3 = 5 \cdot 4 + 3$ d) $5(3 + 1) = 5 \cdot 3 + 5 \cdot 1$

e) $1 + 3 \neq 1 + 6$ f) $(-2)^5 \geqslant (-2)^3$

g) $3 + 4 > 0$ h) $11 - 4 \cdot 2$

2 *Formaliza en el lenguaje proposicional las siguientes oraciones del lenguaje natural, y construye sus tablas de verdad respectivas:*

1. Llueve detrás de las ventanas de mi casa.
2. No llovió ayer
3. Los meteorólogos no se equivocan nunca.
4. Llueve y me mojo
5. Los meteorólogos no se equivocan nunca y hoy llueve en Resistencia.
6. No es cierto que llueva y me moje
7. Llueve o nieva y a nadie le importa.
8. No tengo un auto azul.
9. Marcela estudia en Quito y Pablo en Loja.
10. Bailamos o tomamos café.
11. La tierra gira alrededor del sol ó no se da que la luna es un planeta.
12. Es falso que vivo en La Rioja, pero visitaré a mi familia en Córdoba.
13. Ana es profesora o es estudiante pero no puede ser ambas cosas a la vez.
14. No me gusta trasnochar ni madrugar.

3. Fíjate en las siguientes proposiciones y formaliza las expresiones que figuran a continuación:

p = Argentina se moviliza.
q = Brasil impone restricciones económicas.
r = Cuba sigue enviando armas a Sudamérica.
s = La república Dominicana apela a las Naciones Unidas.

a) Argentina se moviliza y, o bien Brasil impone restricciones comerciales, o bien Cuba sigue enviando armas a Sudamérica.
b) O bien Argentina se moviliza y Brasil impone restricciones comerciales, o bien Cuba sigue enviando armas a Sudamérica.
c) Argentina no se moviliza, pero Brasil impone restricciones comerciales.
d) O bien Argentina se moviliza, o bien Brasil no impone restricciones comerciales.
e) No se da el caso de que Argentina se movilice y Brasil imponga restricciones comerciales.
f) No se da el caso de que, o bien Argentina se movilice, o bien Brasil no imponga restricciones comerciales.
g) O bien Argentina se moviliza y Brasil impone restricciones comerciales o bien no se da el caso de que Cuba siga enviando armas a Sudamérica y que la República Dominicana apele a las Naciones Unidas.
h) O bien Brasil impone restricciones comerciales y la República Dominicana apela a las Naciones Unidas o bien Cuba sigue enviando armas a Sudamérica o Argentina se moviliza.
i) Argentina se moviliza y, o bien Brasil impone restricciones comerciales, o Cuba sigue enviando armas a Sudamérica y la República Dominicana apela a las Naciones Unidas.
j) O bien Cuba no sigue enviando armas a Sudamérica o bien la República Dominicana no apela a las Naciones Unidas, y ni Argentina se moviliza ni Brasil impone restricciones comerciales.

Ing. Plasencia 

Unidad 4. Con una condición…

Proposiciones condicionales. Implicaciones. Propiedades. Aplicaciones.
Tablas de verdad. Proposiciones compuestas.
Tautología y contradicción y equivalencias lógicas. Contingente.
Condicional, recíproca, inversa y contrarrecíproca.
Simplificación de proposiciones y jerarquía de operadores.

OBJETIVOS

- ✓ Construir, a partir del juego, esquemas básicos de razonamiento lógico.
- ✓ Construir, tomando como primitivos, los conectivos lógicos "no", "o" e "y" los restantes conectivos lógicos: "si… entonces", y "si y sólo si".
- ✓ Visualizar las propiedades más importantes de cada uno los conectivos y expresarlas en forma de leyes lógicas.
- ✓ Mostrar en qué forma se niegan los conectivos, enunciando las leyes de De Morgan.

1. Proposiciones condicionales

($\rightarrow$) ***Si-entonces:*** Para proposiciones cualesquiera p y q, escribimos $p \rightarrow q$ para notar las declaraciones de la forma "si p, entonces q" y que llamaremos condicional de p y q.

Una proposición condicional, es aquella que está formada por dos proposiciones simples (o compuesta) p y q. La cual se indica de la siguiente manera:

$p \rightarrow q$ Se lee "Si *p*, entonces, *q*"

A la proposición "p" le llamaremos *antecedente* y a la proposición "q" le llamaremos *consecuente*.

El antecedente es la condición que debe cumplirse, y el consecuente es la consecuencia lógica que se deriva de la condición.

El condicional de p y q es falso únicamente si p es verdadero y q es falso. Su tabla de valores de verdad es la que visualiza a la derecha.

p	q	p → q
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

Otras connotaciones de la proposición condicional son: "Si...", "siempre que…", "con tal que…", "puesto que…", "ya que…", "porque…", "cuando…", "de…", "a menos que…", "a no ser que…", "salvo que…", "solamente".

Ejemplos:

- ✓ Es herbívoro si se alimenta de plantas.
- ✓ El numero 4 es par puesto que es divisible entre 2.
- ✓ Se llama isósceles siempre que el triangulo tenga dos lados iguales.
- ✓ Cuando venga Raúl jugaremos ajedrez.
- ✓ De salir el sol iremos a la playa.
- ✓ La física relativista fue posible porque existió la mecánica clásica

La implicación lógica tiene sus orígenes en la aplicación de la inteligencia social ante situaciones cotidianas, en nuestra capacidad de comportarnos de acuerdo a normas y reglas, estas reglas son del tipo:

- ✓ Bajo tal condición, debe ocurrir tal otra cosa
- ✓ Si se cumplió tal requisito, entonces es aceptado que suceda tal cosa

Algunos ejemplos:

- ✓ Si pague por el pan entonces lo puedo llevar a casa
- ✓ Si tengo mi entrada entonces puedo entrar al cine.
- ✓ Si corto el pasto entonces puedo ir a la fiesta esta noche.

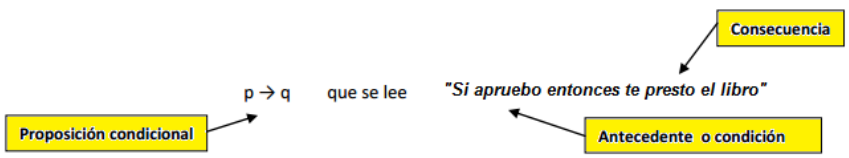
La regla deja de respetarse, cuando habiendo cumplido una condición ("me saqué un 10 en mi examen semanal") se nos niega el beneficio ("no puedo ir a la fiesta"), es decir, cuando no se obtuvo el resultado deseado.
Estas reglas y muchas otras que abundan en nuestra vida, nos permiten obtener ciertos beneficios como resultado de haber cumplido con una condición.

Si << condición >> Entonces << beneficio >>

Analicemos con más detalle el siguiente ejemplo: ***SI* apruebo, *ENTONCES* te presto el libro.**

donde: ***p: apruebo*** *(condición)*
q: te presto el libro *(consecuencia)*

La VERDAD del condicional está basada en el <u>cumplimiento del compromiso</u> de aprobar.



Veamos.
En la primera línea no aprobé y no le presté el libro, por lo tanto el condicional es verdadero, pues cumplí con el compromiso.
En la segunda línea, no aprobé y le presté el libro. Pero el hecho de no aprobar no está inserto en el compromiso, por lo tanto cuando no apruebe, quedo liberado de prestar o no el libro, lo que significa que será VERDADERO.
En la tercera línea, aprobé y no le presté el libro, lo que significa que no cumplí con el compromiso, por lo tanto es FALSA.
Finalmente, en la última línea, aprobé y le presté el libro, por lo tanto es VERDADERA.

p	q	$p \Rightarrow q$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

Su tabla de verdad queda como se indica en la tabla de la derecha.

***En conclusión, la implicación es FALSA cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso*.**

Equivalencias

Veamos con un ejemplo los valores de verdad de la proposición $\neg p \vee (p \wedge q) \Rightarrow p \rightarrow q$

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$\neg p \vee (p \wedge q)$	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee (p \wedge q) \Rightarrow p \rightarrow q$
F	F	V	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	F	F	V
V	V	F	V	V	V	V

Obsérvese que las primeras columnas de la tabla son para las variables “p” y “q”. Vemos también que hay suficiente número de filas en la tabla para permitir todas las posibles combinaciones de V y F para estas variables (para 2 variables se necesitan 4 filas, para 3 variables se necesitan 8 filas y, en general, para n variables se necesitan 2^n filas).
Construimos a continuación una columna para cada paso "elemental" de la proposición. El valor verdadero de cada paso está determinado por los pasos previos mediante las definiciones de los conectivos lógicos. Finalmente, obtenemos los valores de verdad de la proposición en la última columna.

Nótese que los valores de verdad de la proposición $\boldsymbol{\neg p \vee (p \wedge q) \Rightarrow p \rightarrow q}$ son todos verdaderos (en la última columna sólo aparece V) al margen de los valores de verdad de las proposiciones p y q.
Cualquier proposición que verifique este hecho se denomina **tautología**.

También se puede observar que las dos columnas anteriores a la última son iguales, esto es, los valores de verdad de las proposiciones $\neg p \vee (p \wedge q)$ y $p \rightarrow q$ coinciden.

En ese caso se dice que las proposiciones son **equivalente**[illegible]imos ambas proposiciones mediante el conectivo $\Rightarrow$ se obtiene una tautología).

2. *Proposición bicondicional.*

(↔) *Si y sólo si:* *"Una pro*[illegible]*al, es aquella que esta*[illegible]*proposiciones atómicas o moleculares, condicionadas u*[illegible]*terística de que la condici*[illegible]*forzosamente".*

Se indica la proposición bic[illegible]: $p \leftrightarrow q$, que se lee "p si y[illegible]

Esto significa que "p" es [illegible]solo [illegible]rdadera, o bien, "p" es[illegible]si "q" también lo es. También podemos encon[illegible]ferentes [illegible]ndo y solo cuando…[illegible]es y solo entonces", "si y solo si…", etc.

Ejemplos:

- ✓ Habrá [illegible]o y solo cuando llu[illegible]
- ✓ Si apru[illegible]de admisión, entonces[illegible]resará a [illegible]

Las proposiciones bicondi[illegible]cterizan porque establece[illegible]per[illegible]verso, por ejemplo:

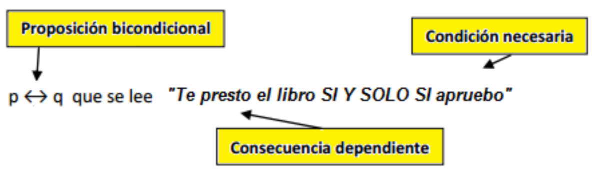
Habrá cosecha si y[illegible]as son suficientes.

Si las lluvias son su[illegible]habrá cosecha.

El antecedente y el consecuente[illegible]ficientes uno de otro, pue[illegible]nverso y la misma idea de la proposición prevalece.

Analicémoslo mediante el siguiente ej[illegible]

Donde, p: te presto el libro ; q: apruebo[illegible]



La *VERDAD* de esta proposición se basa en el compromiso doble que existe, o sea que el préstamo del libro se basa en la aprobación solamente, lo que queda excluido el hecho de no aprobar, por lo tanto:

En la primera línea de la tabla de la derecha, "no aprobé y no le presté el libro", lo que es *VERDADERA*.

En la segunda fila, "no aprobé y le presté el libro", lo que es *FALSA* ya que el hecho de no aprobar también está en el compromiso.

En la tercera línea, "aprobé y no le presté el libro", lo indica que rompí el compromiso, por lo tanto es *FALSA*.

Finalmente, en la última línea, "aprobé y le presté el libro", lo que es *VERDADERA*.

p	q	p ↔ q
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Como conclusión se puede decir que la bicondicional es VERDADERO cuando ambas proposiciones que lo componen son de igual valor de verdad.

La proposición bicondicional solamente es verdadera si tanto p como q son falsas o bien ambas verdaderas. Es igual que la **disyunción exclusiva inversa o negada (XNOR**), vista en el capítulo anterior.

En síntesis, en la siguiente tabla podremos ver los 16 operadores lógicos binarios que pueden ser definidos, asignando F (falso) o T (true, verdad) a cada una de las posibilidades:

Tabla de Verdad

p	q	T	↑	→	~p	←	~q	↔	↓	∨	↮	q	↚	p	↛	∧	F
F	F	T	T	T	T	T	T	T	T	F	F	F	F	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T	F	F	F	F	T	T	T	T	F	F	F	F
T	F	T	T	F	F	T	T	F	F	T	T	F	F	T	T	F	F
T	T	T	F	T	F	T	F	T	F	T	F	T	F	T	F	T	F

Donde:

- T : tautología
- ↑ : negación alternativa, incompatibilidad, no ambos, exclusión, "NAND"
- → : condicional, implicación (simple), "IMP"
- ~ : negación, "NOT"
- ← : implicación inversa
- ↔ : bicondicional, implicación doble, equivalencia, "EQV", "XNOR"
- ↓ : negación conjunta, "NOR"
- ∨: disyunción, "Ó", "OR"
- ↮ : disyunción exclusiva, contravalencia, "XOR"
- ↚ : negación del condicional inverso
- ↛ : negación del condicional
- ∧ : conjunción, "Y", "AND"
- F : contradicción

2. Las Tablas de Verdad

USO DE LAS TABLAS DE VERDAD. Desde ya, se está en condiciones de representar cualquier enunciado con conectores lógicos y más aún, establecer la veracidad de tal proposición.

Veamos un ejemplo. El enunciado: "Hoy es domingo y tengo que estudiar circuitos digitales o no aprobaré el curso".

Se puede representar simbólicamente de la siguiente manera:

$$(p \wedge q) \vee r'$$

Las proposiciones atómicas que la forman son:

p: Hoy es domingo
q: Tengo que estudiar circuitos digitales
r: Aprobaré el curso

De tal proposición compuesta podemos hallar su valor de verdad. El número de líneas de la tabla de verdad depende del número de variables de la expresión y se puede calcular por medio de la siguiente formula: Número de líneas = 2^n (donde n = número de variables distintas).

Por ser tres proposiciones (variables) *p*, *q* y *r*. La tabla tendrá ocho posibilidades para combinar la condición de verdad de cada una ya que 2^3 = 8.

q	r	p = q ∧ r	p = q ∨ r	p = q ⊕ r
0	0	0	0	0
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	1	1	1	0
q	**r**	**p = (q ∧ r)'**	**p = (q ∨ r)'**	**p = q ⊙ r**
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	1
p	**q**	**P → q**	**p ↔ q**	
0	0	1	1	
0	1	1	0	
1	0	0	0	
1	1	1	1	

Tablas de verdad de los conectores lógicos básicos

Con ayuda de las tablas de verdad de los conectores lógicos básicos (arriba a la derecha), la tabla del presente ejemplo quedaría como se observa a la derecha.

p	q	r	r'	p ∧ q	(p ∧ q) ∨ r'
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1

Debe observarse, que el operador **conjunción** se desarrolla primero que el operador **disyunción** por la jerarquía de los operadores.

Para que la proposición compuesta sea verdadera se requiere que *r* sea falsa, no importando *p* ni *q*. Y que también las tres proposiciones (*p*, *q* y *r*) sean verdaderas. En todos los demás casos la expresión es falsa.

Otro ejemplo. Del siguiente enunciado, hallar la condición de verdad:

" Si tengo dinero, entonces, pagaré el semestre; o, no pago el semestre y voy a Europa. Si y solo sí, si voy a Europa, entonces, tengo dinero.

Esta compuesto por tres proposiciones que son:

p: Tengo dinero
q: Pagaré el semestre
r: Iré a Europa

La notación correspondiente es: $z: [(p \rightarrow q) \vee (q' \wedge r)] \leftrightarrow (r \rightarrow p)$

La tabla de verdad que representa está proposición dando cuenta de su veracidad es la que se presenta.

p	q	r	q'	$p \rightarrow q$	$q' \wedge r$	$(p \rightarrow q) \vee (q' \wedge r)$	$r \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \vee (q' \wedge r) \leftrightarrow r \rightarrow p$
0	0	0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1	1

Como se puede observar hasta no resolver el corchete, no se puede hacer la doble implicación. Primero se desarrollan los dos paréntesis por estar dentro del corchete y posteriormente se resuelve la disyunción. Simultáneamente se ha podido resolver la implicación, o se puede hacer luego. Resuelto todo esto ahora, si se procede a encontrar el valor de la bicondicional.

Otro ejemplo. Sea el siguiente enunciado: "Si no pago la luz, entonces me cortarán la energía eléctrica. Y Si pago la luz, entonces me quedaré sin dinero o pediré prestado. Y si me quedo sin dinero y pido prestado, entonces no podré pagar la deuda, si solo si soy desorganizado"

Donde la proposición está compuesta de las proposiciones simples: p: Pago la luz. q: Me cortarán la energía eléctrica. r: Me quedaré sin dinero. s: Pediré prestado. t: Pagar la deuda. w: soy desorganizado.

Siendo la notación:

$$z: (p' \rightarrow q) \wedge [\, p \rightarrow (r \vee s)\,] \wedge [\, (r \wedge s) \rightarrow t'\,] \leftrightarrow w$$

De tal proposición, puedo hallar su valor de verdad haciendo uso de las tablas de verdad, resultarán $2^6 = 64$ posibles combinaciones. Quedará como ejercicio para el lector.

TAUTOLOGÍAS, CONTRADICCIONES Y EQUIVALENCIAS LÓGICAS

Tautología.

"Se denomina tautología una proposición que es cierta para cualquier valor de verdad de sus componentes. Por tanto, la última columna de su tabla de verdad estará formada únicamente por v (verdadero)".

Por ejemplo:

p	q	$p \wedge q$	$p \wedge q \rightarrow q$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Es una TAUTOLOGÍA porque todas sus interpretaciones resultan verdaderas para cualquier caso.

Nota: Por razones de jerarquía, primero se realiza la conjunción y luego la implicación.

Nótese que en las tautologías para todos los valores de verdad el resultado de la proposición es siempre "1". Las tautologías son muy importantes en lógica matemática ya que se consideran leyes en las cuales es posible apoyarse para realizar demostraciones.

Esta es una muestra del trabajo que estoy realizando para docentes y estudiantes de ingreso a universidades

Contacto:

alberto.onildo@gmail.com

Ing. Plasencia